Analyse de pratiques de futurs enseignants du secondaire au Gabon lors d'une formation à l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie

Chapter · January 2017

2 authors:

Guy-Roger Kaba
Laval University

Lucie DeBlois
Laval University

Analyse de pratiques de futurs enseignants du secondaire au Gabon lors d'une formation à l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie :

Guy-Roger **KABA** et Lucie **DeBLOIS**

Université Laval
Canada
Guy-Roger.kaba.1@ulaval.ca

Université Laval
Canada
lucie.deblois@fse.ulaval.ca

Résumé : La présente recherche a pour but l'interprétation des savoirs, des rapports aux savoirs et des pratiques développés par de futurs enseignants de mathématiques du secondaire au Gabon lors d'une formation à l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie. Notre revue de littérature conduit à poser l'hypothèse de la nécessité de passer d'une formation au raisonnement déductif (privilégiée en contexte gabonais) à une formation à cette articulation afin de favoriser une plus grande prise en compte des difficultés des élèves dans les pratiques. Nous présenterons le modèle théorique mis à l'épreuve pour atteindre le but visé par la recherche. Ce modèle met à contribution les concepts de niveaux d'articulation visualisation-raisonnements en géométrie et de postures épistémologiques. Enfin, les deux axes structurant la mise en œuvre de cette formation seront explicités.

Mots-clés : Futurs enseignants – Secondaire – Géométrie – Visualisation – Raisonnements

Abstract : This research is intended the interpretation of knowledge, reporting to knowledge and practices developed by future teachers of mathematics at secondary schools in Gabon during a training at the joint visualization-reasoning in geometry. Our review of the literature led to the hypothesis of the need to move from training to deductive reasoning (preferred in Gabonese context) this joint training to promote greater taking account of the difficulties students in practices. We will present the theoretical model put to the test to achieve the purpose of the research. This model involves the concepts of levels of articulation visualization-reasoning in geometry and epistemological postures. Finally, the two axes structuring the implementation of this training will be explained.

1. Problématique : D'une formation au raisonnement déductif à une formation à l'articulation visualisation-raisonnements

L'enseignement de la géométrie au secondaire a été étudié sous l'angle du raisonnement déductif (Balacheff, 1982; Houdebine, 1990; Barbin et coll., 2001; Tanguay, 2002), du changement de contrat didactique (Brousseau, 1988) et du passage du primaire au secondaire (Paul et DeBlois, 1998; Moore, 1994; Cyr, 2013). L'intérêt pour le raisonnement déductif peut se justifier par le rôle important qui lui est attribué dans la formation mathématique des élèves (Hanna, 1995; Houdebine, 1990). Comme pour d'autres pays, les programmes gabonais mettent ainsi l'accent sur l'enseignement et l'apprentissage du raisonnement déductif dès le début du secondaire. C'est ainsi que la formation à l'enseignement de la géométrie est essentiellement axée sur une formation au raisonnement déductif, plus particulièrement sur la démonstration. Ce constat nous conduit à émettre l'hypothèse selon laquelle les enseignants de mathématique du secondaire au Gabon auraient tendance à accorder une importance accrue à l'apprentissage du raisonnement déductif dès le début du secondaire. La démonstration est ainsi initiée en classes de 6^{e}/5^{e} (élèves de 11/12 ans) et enseignée de manière systématique dès la classe de 4^{e} (élèves de 13/14 ans). C'est à ce niveau qu'est observé le plus grand nombre de décrochages en géométrie pouvant s'expliquer par des pratiques enseignantes marquées par une faible prise en compte des difficultés des élèves dans l'apprentissage de la démonstration (Quentin de Mongaryas, 2013). Ces pratiques pourraient-elles être favorisées par une formation basée essentiellement sur le raisonnement déductif et laissant peu de place à la visualisation, un des processus essentiels à l'apprentissage de la géométrie élémentaire?

D'un point de vue épistémologique, Husserl (cité par Ierna, 2009) évoque dans son livre *Philosophie der Arithmetik*, l'importance des moments figuraux contribuant à se faire une intuition à propos d'un tout complexe d'un seul coup d'œil dans un raisonnement mathématique. On retrouve cette référence à l'importance de la visualisation en mathématiques chez Merleau-Ponty (cité par Barbin, 2001) dans *Phénoménologie de la perception* où il explique comment la perception peut conduire à la nécessité d'un raisonnement. En géométrie, la visualisation renvoie à deux aspects : l'image, objet de la visualisation (c'est-à-dire le « quoi ») et le processus par lequel s'effectue cette visualisation (c'est-à-dire le « comment ») (Bishop, 1989). En tant que processus, la visualisation met à contribution autant la construction d'images représentant une figure géométrique que l'utilisation de ces images dans la résolution des problèmes (Boublil-Ekimova, 2010). Afin de contribuer à la compréhension de la manière dont les images produites par le processus de visualisation sont utilisées dans la résolution des problèmes géométriques, Duval (1994) suggère un modèle structuré autour de quatre appréhensions :

1. l'appréhension perceptive qui consiste en l'identification immédiate et globale d'une figure ;
2. l'appréhension discursive qui réfère à une prise en compte des propriétés géométriques ;
3. l'appréhension séquentielle qui renvoie à l'ordre de prise en compte des éléments d'une figure et se met à l'œuvre par l'usage d'instruments de géométrie (classiques comme la règle et le compas ou alors plus modernes à l'exemple des logiciels de géométrie dynamique) ;
4. l'appréhension opératoire qui autorise des modifications méréologiques (relation entre une figure et une de ses sous-figures), optique (réduction ou agrandissement de la figure) et positionnelle (déplacement dans le plan ou dans l'espace) permettant de déconstruire et de transformer une figure.

Plusieurs recherches (Duval, 1994; Padilla, 1992; De Cointet et Egret, 2007) font ressortir le fait qu'un apprentissage dédié à la visualisation devrait être organisé afin de guider les élèves dans la mise en œuvre de ce processus car, précisent-ils, apprendre le raisonnement déductif n'a pas d'effet sur la visualisation. Réciproquement, un apprentissage de la visualisation n'aurait pas d'impact sur le raisonnement déductif. Cela s'explique par le fait que ces deux processus (visualisation et raisonnement déductif) soient très différents d'un point de vue cognitif (Duval, 1988). Mais organiser un apprentissage de la visualisation à côté d'un autre dédié au raisonnement déductif pourrait s'avérer difficile à mettre en œuvre car cela impliquerait qu'un même problème soit traité d'abord du point de la visualisation et ensuite du point de vue du raisonnement déductif. En outre, cette mise en œuvre pourrait conduire à compartimenter l'apprentissage de la géométrie et entraîner ainsi de nouvelles difficultés pour les élèves (Schoenfeld, 1982; 1988). Une des pistes pour sortir de cette impasse serait d'envisager l'apprentissage de la géométrie à travers le développement conjoint de la visualisation et du raisonnement déductif.

Ce développement conjoint de la visualisation et du raisonnement déductif présente l'avantage de se fonder sur ce que plusieurs auteurs considèrent comme la manière dont pourrait se mettre en œuvre une démarche géométrique. En effet, Brousseau (1983) considère que la démarche géométrique est de type visio-déductif en ce sens qu'elle nécessite un appel conjoint à la visualisation et au raisonnement déductif. Selon Dreyfus et Kidron (2014), cette démarche visio-déductive pourrait s'effectuer selon un passage des preuves visuelles aux preuves formelles impliquant des étapes intermédiaires. Barbin (2001) conçoit ces étapes intermédiaires comme des pulsations[39] entre le discursif et le visuel ayant pour effet d'incessantes traversées d'un processus à l'autre contribuant à former la trame empruntée par la démarche géométrique. Richard (2004) admet que la mise en œuvre d'une telle démarche pourrait être de nature discursivo-graphique (semblable au visio-déductif de Brousseau) dont l'inférence figurale serait un des pas. Tout se passe comme si l'appel conjoint s'effectuait par des pulsations se traduisant par des pas dont certains renvoient à la visualisation (inférence figurale) et d'autres au raisonnement déductif (inférence discursive). Ces deux types d'inférence pourraient se nourrir mutuellement pour permettre de faire évoluer la démarche dans la recherche d'une solution d'un problème. Ce cheminement de la démarche géométrique peut être ainsi compris comme un parcourt cognitif au cours duquel la visualisation sert de champ d'expérimentation pour aider à démontrer (Dondero (2011).

Dans toutes ces approches, le raisonnement requis dans l'apprentissage de la géométrie, à travers une articulation avec la visualisation, est essentiellement la déduction. Duval (2005) définit cette articulation comme une synergie cognitive entre ces deux processus et enrichit cette perspective en admettant la nécessité de considérer d'autres types de raisonnements tels que l'induction où l'analogie en plus de la déduction. À ce propos, les études de Popper et coll. (2006) et de Hiriart-Urruty (2012) montrent, d'une part, comment l'induction peut permettre d'émettre des conjectures et ainsi servir de point d'ancrage au raisonnement déductif. D'autre part, pour Polya (1965), le raisonnement analogique imprègne notre façon de penser et serait à la base de l'induction. En effet, sa mise en œuvre permettrait la reconnaissance des similarités entre plusieurs cas à partir desquelles s'effectue la généralisation. L'analogie correspond à un

[39] Barbin emprunte ce terme à René Guitart qui dans son livre *La pulsation mathématique* le définit comme une dialectique non résoluble entre « voir » et « dire ».

genre de similarité : « des objets similaires concordent par certains aspects tandis que des objets analogues concordent par certains rapports entre leurs éléments respectifs » (Polya, 1965 : p. 45). Par exemple, lorsque dans un raisonnement déductif, un enseignant de mathématiques utilise des expressions telles que « de manière analogue » ou « de la même manière » pour ne pas avoir à reproduire une démarche qu'il trouve similaire à une autre déjà explicitée, il fait un recours implicite à l'analogie.

Les travaux de Duval (2005), qui se sont limités à la définition de l'articulation visualisation-raisonnements dans le cadre d'un apprentissage de la géométrie plane, ont été élargis au cas de la géométrie de l'espace par Mithalal (2010). Ce dernier a, en outre, mis en lumière le rôle important que peuvent jouer les logiciels de géométrie dynamique dans un apprentissage de la géométrie basé sur l'articulation visualisation-raisonnements, en particulier à travers la déconstruction instrumentale des figures du plan et des solides de l'espace. Arsac (1997) reconnait que l'appel conjoint à la visualisation et aux raisonnements devrait faire partie du bagage expérientiel de l'enseignant de mathématiques du secondaire. Comment prendre en compte ces résultats de recherche dans la conception d'un modèle alternatif de formation à l'enseignement de la géométrie fondé sur l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie?

Nous posons l'hypothèse qu'une telle formation pourrait favoriser le dépassement d'une pratique où les futurs enseignants sont souvent face à deux options extrêmes au moment de valider ou de convaincre les élèves de la validité d'une proposition : évoquer un argument d'autorité (Cabassut, 2002) ou élaborer une démonstration formelle. Cette pratique pourrait expliquer la faible prise en compte des difficultés des élèves en géométrie. En effet, Bkouche (2002) identifie comment les « raisonnements informels » des élèves, c'est-à-dire des niveaux d'explication très intuitifs en début d'apprentissage, peuvent se structurer pour devenir de plus en plus élaborés et de plus en plus formels au fur et à mesure de la progression de cet apprentissage. Balacheff (1982) a d'ailleurs distingué l'explication, la preuve et la démonstration pour identifier cette progression. Expliquer c'est « dégager les raisons pour répondre à la question "pourquoi?" » (p. 263). Une explication contribue donc à rendre intelligible le caractère de vérité d'un énoncé. Les preuves sont des explications correspondant à des modes validation admis par une communauté donnée. Les démonstrations sont des preuves particulières, régies par des règles précises partagées par la communauté des mathématiciens (Arsac, 1992). Ainsi, une démonstration, bien que convaincante d'un point de vue logique, peut ne pas être éclairante pour les élèves qui pourraient par conséquent privilégier d'autres types d'explications. Les raisonnements informels se posent alors comme des étapes intermédiaires nécessaires entre les théorèmes admis sans démonstration (niveau 0 de l'explication) et « l'idéal déductif » (Bkouche, 2002) qu'est la démonstration formelle pour tenir compte de la progression évoquée plus haut et des difficultés, notamment avec le changement de contrat didactique, que peuvent rencontrer les élèves.

La formation à l'articulation visualisation-raisonnements vise donc des savoirs sur l'enseignement de la géométrie qui pourraient permettre de faire émerger des pratiques susceptibles d'élargir la « palette des possibles » (Robert, 2010) des futurs enseignants pour les faire transiter d'une validation exclusivement basée sur le raisonnement déductif à une validation prenant en compte la progression des apprentissages des élèves évoquée plus haut. Mais DeBlois (2012) a mis en lumière le fait que les savoirs de formation ne sont pas transparents en ce sens qu'ils sont interprétés par les futurs enseignants. Dans le contexte de cette recherche, cette absence de transparence des savoirs de formation nous amène à formuler la question de recherche de la manière suivante : « Comment les savoirs visés par une formation à l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie sont-ils interprétées par les futurs enseignants de mathématiques du secondaire rencontrés ? ». Cette question principale se décline en trois sous questions de recherche :

1. Quelle est la nature des savoirs sur l'enseignement de la géométrie développés par les futurs enseignants participants à cette formation?
2. Quels rapports à ces savoirs émergent chez ces futurs enseignants?
3. Quelle est la nature des pratiques de ces futurs enseignants à la suite de cette formation?

2.Le modèle théorique mis à l'épreuve

2.1. Les niveaux d'articulation visualisation-raisonnements des futurs enseignants de mathématiques

Les différents savoirs visés en formation des enseignants de mathématiques recouvrent selon Shulman (1987) plusieurs dimensions (mathématique, didactique, pédagogique, etc.). Ces savoirs ne sont pas une version diluée des mathématiques du mathématicien, mais constituent un domaine particulier nécessitant une théorisation (Shulman, 1987). Dans cette recherche, les niveaux d'articulation visualisation-raisonnements devraient permettre de décrire de manière fine la nature des savoirs sur l'enseignement de la géométrie élaborés par les futurs enseignants lors de la formation. Ces niveaux d'articulation sont inspirés de ceux définis par Duval (2005) et ont été adaptés aux particularités des futurs enseignants de mathématiques du secondaire. Ainsi, quatre niveaux d'articulation visualisation-raisonnements pourraient émerger de l'observation des interprétations des futurs enseignants pendant la formation. Pour chacun de ces niveaux, un des deux processus (visualisation et raisonnements) peut être considéré comme principale en ce sens qu'il permet de valider la proposition à l'étude. Il convient alors de préciser le rôle joué par l'autre processus dans la construction de cette validation (Duval, 2005). Nous indiquerons également le cadre dans lequel les futurs enseignants ont pu construire chacun de ces niveaux d'articulation.

Dans le niveau 1, le processus principal est le raisonnement déductif : c'est par lui que s'établit la validation des propositions. La visualisation ne joue qu'un rôle secondaire se limitant à l'usage de termes renvoyant à des objets de géométrie élémentaire. Dans cette optique, Heinzmann (2005) caractérise la géométrie par un usage de termes et contenus géométriques comme « points », « distance » ou « dimension » comme cadre langagier pouvant s'appliquer à des espaces divers (espace de fonctions, de polynômes, …). Mais le choix de ces termes n'est en principe pas considéré comme nécessaire dans la démarche géométrique[40] et n'entraine donc pas de visualisation effective. Ces savoirs sur l'enseignement de la géométrie se basent sur l'idée que la géométrie ne se construit pas sur la référence à la visualisation mais à travers deux démarches : l'idéalisation

[40] Car comme le dit le mathématicien David Hilbert : « on devrait pouvoir parler tout le temps, au lieu de point, de droite et plan, de table, chaise et chope ».

(consistant à montrer l'importance d'une forme en l'intégrant à une famille déjà étudiée) et la thématisation (consistant à dégager de nouvelles formes sous-jacentes à des formes connues) (Szczeciniarz, 2005). Le futur enseignant évoquera par exemple la propriété de l'inégalité triangulaire sans juger nécessaire de réaliser ou de faire réaliser un dessin par les élèves. Ce niveau d'articulation pourrait s'être élaboré et consolidé à travers les cours de mathématiques avancés marqués par une tendance à l'algébrisation de la géométrie. Dans le contexte de la formation des futurs enseignants de mathématiques au Gabon, ces cours de mathématiques avancés étant prédominants, on peut s'attendre à ce que ce niveau soit très prégnant en début de formation. Les tâches privilégiées en formation devront donc permettre de favoriser une décentration de ce niveau. En effet, si ce niveau d'articulation convient parfaitement à la géométrie étudiée dans l'enseignement supérieure car elle permet d'appréhender des formes géométriques de plus en plus abstraites (polygones, polyèdres, surfaces, variétés, …), il pourrait s'ériger en obstacle au moment où le futur enseignant devra résoudre des problèmes de géométrie élémentaire, analyser des productions d'élèves, planifier et intervenir auprès d'élèves en particulier face à ceux qui éprouvent des difficultés d'apprentissage.

Dans le niveau 2, le raisonnement déductif reste le processus principal de l'articulation à travers lequel s'effectue la validation des propositions, mais le futur enseignant a le souci d'associer l'énoncé de ces propositions à des dessins en guise d'illustration. Le dessin est donné sans que le futur enseignant ne s'y réfère véritablement pour valider ou pour faire valider une proposition. Ainsi, pour en revenir à l'exemple de la propriété de l'inégalité triangulaire, le futur enseignant accompagnera son énoncé par la représentation d'un triangle et soit il la fera admettre sans démonstration (usant d'un argument d'autorité), soit il cherchera à en donner une démonstration en se référant très peu au dessin. Ce niveau d'articulation pourrait s'être nourri des expériences vécues par le futur enseignant lorsqu'il était élève du secondaire car le niveau 2 est très présent dans les manuels scolaires (en particulier en contexte gabonais) et pourrait influencer les pratiques d'un grand nombre d'enseignants de mathématiques du secondaire. Certains cours de géométrie dédiés à l'enseignement secondaire pourraient par la suite avoir contribué à renforcer ce niveau d'articulation. Les savoirs sur l'enseignement de la géométrie du futur enseignant entrant en cours de didactique pourrait donc osciller entre le niveau 1 élaboré essentiellement dans les cours de mathématiques avancées et le niveau 2 dont l'origine se situe dans son passé scolaire et dans certains cours de mathématiques dédiés à l'enseignement secondaire. Il est à craindre que l'influence de ces deux niveaux d'articulation contribue à amener le futur enseignement à une faible prise en compte des erreurs et des difficultés des élèves du fait d'une faible mise à contribution de la visualisation dont on a montré l'importance dans l'apprentissage de la géométrie.

Le niveau 3 correspond à la situation où le futur enseignant met à contribution la visualisation pour aider à comprendre le fonctionnement d'une proposition. Dans le cas de l'inégalité triangulaire, le futur enseignant pourrait amener les élèves à donner un sens à cette propriété par une comparaison (effectuée visuellement ou à l'aide d'instruments de mesure) de la longueur d'un côté à la somme des longueurs des autres côtés. Cette utilisation de la figure peut s'effectuer à travers une appréhension opératoire (Duval,

1994) le plus souvent par divisions méréologiques[41] (division d'un tout en parties juxtaposables ou superposables). De telles divisions pourraient s'effectuer matériellement (par l'usage du matériel didactique : ciseaux, colle, …), graphiquement (par l'usage d'instruments de géométrie : règle, compas, équerre … ou par pliages, ou encore à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) ou « du regard » (la division est imaginée par un effet de la pensée) (Duval, 2005). Elle pourrait également être :

1. strictement homogène c'est-à-dire une division en unités figurales de même forme que la figure de départ (figure 1);

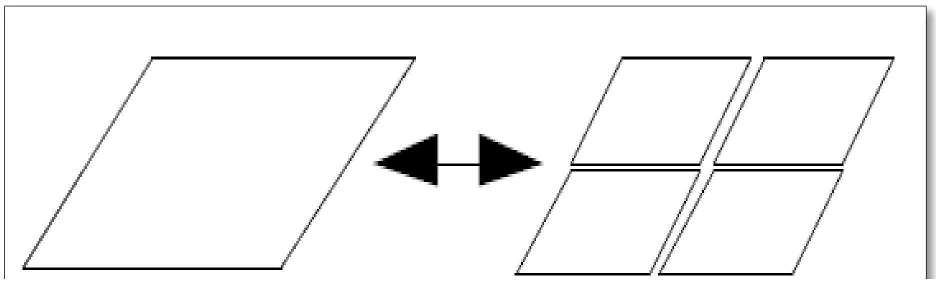
-


Figure 1 : Division méréologique strictement homogène d'un parallélogramme (Duval, 2005, p. 21)

-

2. homogène c'est-à-dire une division en unités figurales de même forme entre elle mais différentes de la figure de départ (figure 2);

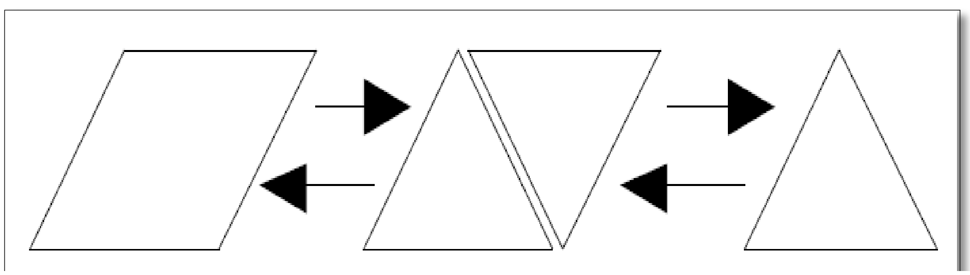
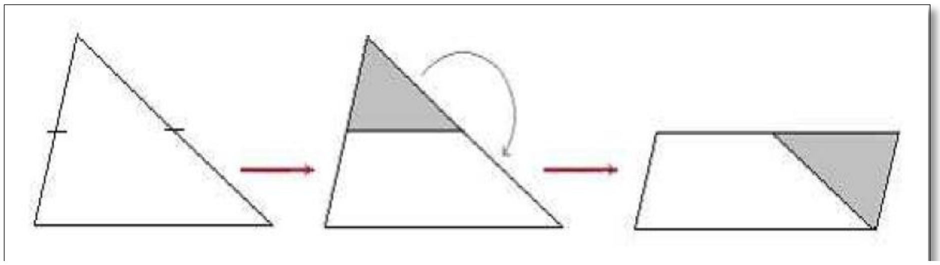
-


Figure 2 : Division méréologique homogène d'un parallélogramme (Duval, 2005, p 21)

3. hétérogène c'est-à-dire une division en unités figurales de formes différentes (figure 3).

[41] Il s'agit d'une des plus anciennes démarches géométriques selon Edwards (1979), on la retrouve ainsi dans les premières preuves visuelles du théorème de Pythagore (Padilla, 1992).



-

Figure 3 : Division méréologique hétérogène (Duval, 2005, p. 22)

La mise à contribution de ce type d'articulation pourrait permettre au futur enseignant d'élaborer des situations d'apprentissage dans lesquelles une preuve visuelle suffit à convaincre les élèves de la validité d'une proposition comme dans le cas de la production de figures contre-exemple (figure 4).

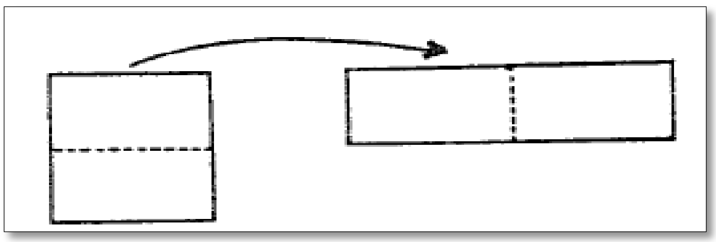


Figure 4 : Division méréologique servant de contre-exemple pour dépasserla confusion aire-périmètre (Balacheff, 1988, p. 289)

Dans ce niveau d'articulation, la validation des propositions repose sur la visualisation (processus principal) et les raisonnements sollicités peuvent être l'induction, l'analogie ou les raisonnements informels des élèves (Bkouche, 2002). Ces raisonnements pourraient se traduire par la production de preuves pragmatiques (Balacheff, 1987) qui ne sont mises à contribution que comme discours explicatif visant à soutenir la visualisation (Duval, 2005). Le futur enseignant pourrait avoir élaboré ce niveau d'articulation lors de certains cours de géométrie dédiés à l'enseignement secondaire et surtout par les cours de didactique des mathématiques.

Dans le niveau 4, le futur enseignant met à contribution la visualisation comme aide heuristique pour la recherche de solutions d'un problème. La figure tient lieu ici de champ d'expérimentation pour l'élaboration d'une démonstration (Dondero, 2011). Pour résoudre un problème de géométrie lui-même ou pour guider les élèves dans la recherche d'une solution à un problème, le futur enseignant pourrait proposer des modifications d'une figure de départ par retrait/adjonction de points ou de lignes, divisions méréologiques, décomposition dimensionnelle (figure 5). Nous intégrons dans ce niveau, les mesures réalisées sur un dessin pour aider à émettre une conjecture.

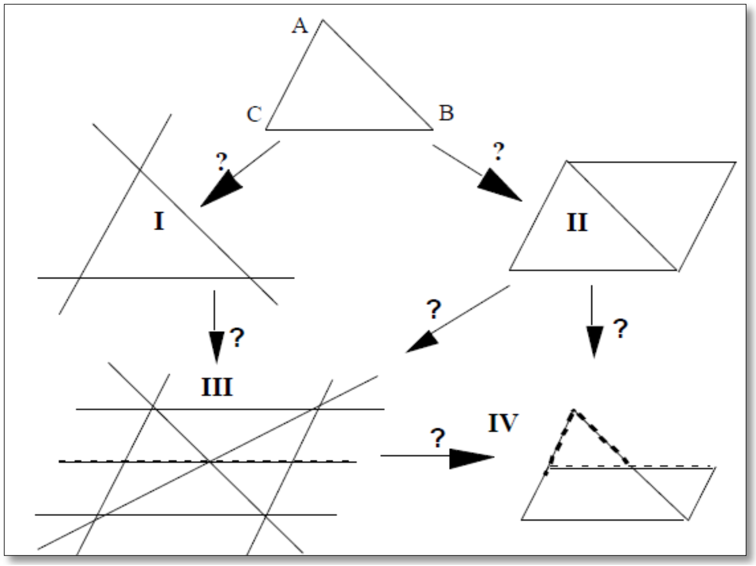


Figure 5 : Décomposition dimensionnelle d'un triangle de départ pour aider à démontrer une égalité d'aires (Duval, 2005, p. 27)

Ici, les raisonnements inductif, analogique et informel peuvent être utilisés lors des modifications de la figure de départ, mais contrairement au niveau 3, la validation des propositions repose sur le raisonnement déductif traduit par l'élaboration d'une démonstration.

Le tableau 1 présente les niveaux décrits précédemment en précisant le processus principal, le rôle de l'autre processus et le(s) cadre(s) où le futur enseignant pourrait avoir élaboré le niveau. Ce tableau met en lumière le fait que les niveaux 3 et 4 pourraient être très fertiles d'un point de vue didactique car ils sont de nature à permettre au futur enseignant de guider les apprentissages des élèves en prenant en compte les difficultés auxquelles ils peuvent être confrontés.

Niveaux d’articulation	Processus principal	Rôle du processus secondaire	Cadre d’élaboration
1	Raisonnement déductif	Termes évocateurs	Cours de maths avancées
2	Raisonnement déductif	Illustration	Cours de maths dédiés, cours de didactique
3	Visualisation (divisions méréologiques, décompositions dimensionnelles des formes)	Discours explicatif basé sur les raisonnements déductif, inductif, analogique, informel	Cours de maths dédiés, cours de didactique
4	Raisonnement déductif avec mise à contribution possible des raisonnements inductif, analogique, informel	Divisions méréologiques ou décompositions dimensionnelles	Cours de maths dédiés, cours de didactique

Tableau 1 : Description des niveaux d'articulation visualisation-raisonnements en géométrie des futurs enseignants de mathématiques du secondaire

Mais il est important de noter que d’un point mathématique, le niveau 3 est vite limité car il n’est applicable que dans un nombre restreint de situations (Duval, 2005). Ce niveau est surtout déterminant pour favoriser la transition de la géométrie naturelle (G1) vers la géométrie axiomatique naturelle (G2) (Houdement et Kuzniak, 1999). Ainsi, alors que le niveau 4 pourrait renvoyer au paradigme G2, le niveau 3 pourrait quant à lui se référer au paradigme du « physicien-géomètre » considéré par Tanguay et Geeraerts (2012) comme étant le chainon manquant entre les paradigmes G1 et G2. Les tâches privilégiées lors de la formation doivent donc permettre de favoriser la transition des niveaux 1 et 2 qui pourraient être prégnantes à l’entrée en formation vers les niveaux d’articulation 3 et 4.

2.2. Les postures épistémologiques des futurs enseignants de mathématiques

Si les niveaux d’articulation sont susceptibles de permettre de décrire la nature des savoirs sur l’enseignement de la géométrie visés par la formation, il convient de mettre à jour les rapports des futurs enseignants à ces savoirs (Charlot (1997). En effet, le sens et la valeur que les futurs enseignants confèrent à ces savoirs pourrait avoir une influence sur leur degré de mobilisation dans les pratiques (Sayac, 2013). Les rapports aux savoirs de formation développés par les futurs enseignants de mathématiques pourraient être colorés par trois postures épistémologiques (DeBlois et Squalli, 2002) susceptibles d’être adoptées en formation initiale : l’ancien élève, l’étudiant et l’enseignant.

La posture de l’ancien élève est celle que le futur enseignant s’est construite à partir de son expérience d’apprenant des mathématiques au primaire, au secondaire et lors de sa formation mathématique à l’université. Elle est marquée par une conception techniciste des mathématiques selon laquelle les savoirs mathématiques s’acquièrent par la mémorisation et la réalisation d’exercices (Savard, 2014). Le futur enseignant est ainsi à la recherche de bonnes méthodes d’enseignement à mettre en pratique pour que les élèves apprennent (DeBlois et Squalli, 2002). La posture de l’étudiant est celle à travers laquelle le futur étudiant réfléchit aux conditions pouvant favoriser ou au contraire inhiber les apprentissages des élèves. Cette posture serait ainsi caractérisée par l’existence d’une « dualité entre l’expérience de l’apprenant et les nouvelles pratiques de l’enseignement » (Savard, 2014, p. 82). Dans la posture de l’étudiant, le futur enseignant est disposé à complexifier la conception de l’enseignement et de l’apprentissage. Enfin, la posture épistémologique de l’enseignant est celle à travers laquelle le futur enseignant élabore des situations d’enseignement et adapte sa planification et ses interventions aux réactions (en particulier aux erreurs) des élèves. Il est préoccupé par les apprentissages effectifs des élèves en classe (DeBlois et Squalli, 2002; Sayac, 2010).

DeBlois (2012) propose un modèle qui décrit l’influence des conceptions, des préoccupations et des projets des futurs enseignants comme prisme pour interpréter leurs réactions lors d’un cours de didactique (figure 6). DeBlois et Squalli (2002) ont documenté l’existence d’une proximité entre l’ancien élève et l’enseignant qui apparaît comme une des raisons des difficultés éprouvées par les futurs enseignants pour mobiliser les connaissances développées en formation initiale dans leurs pratiques. Autrement dit, les conceptions de l’ancien élève solidement ancrées dans l’inconscient de l’enseignant en formation pourraient résister aux activités proposées en formation (DeBlois et Squalli, 2002). Les dispositifs de formation initiale doivent donc s’articuler autour d’activités suffisamment robustes pour provoquer une décentration de l’ancien élève au profit de l’enseignant (DeBlois et Squalli, 2002). La posture de l’étudiant joue un rôle charnière pour permettre une transformation des savoirs relatifs à l’apprentissage (développée à travers l’ancien élève) en savoirs sur et pour l’enseignement et offrir des pistes de solutions aux préoccupations de l’enseignant sur les pratiques. Squalli (2012) reconnaît la robustesse de tels savoirs car ils se fondent autant sur un référent expérientiel (construit via l’ancien élève) que sur une justification épistémique (résultant du travail de l’étudiant). Selon René de Cotret (2012), pour favoriser le développement de savoirs imbriquant les dimensions mathématique, didactique et pédagogique des pratiques, le recours volontaire aux trois postures s’avère être une option intéressante et prometteuse. En effet, chaque posture autorise un point de vue différent sur le savoir en jeu, sur ses fondements et sur les problèmes qu’il permet de résoudre provoquant ainsi une transition progressive de l’ancien élève vers l’enseignant via l’étudiant de telle sorte que l’enseignant en formation développe une pratique enrichie par les particularités relatives à chacune des postures convoquées.

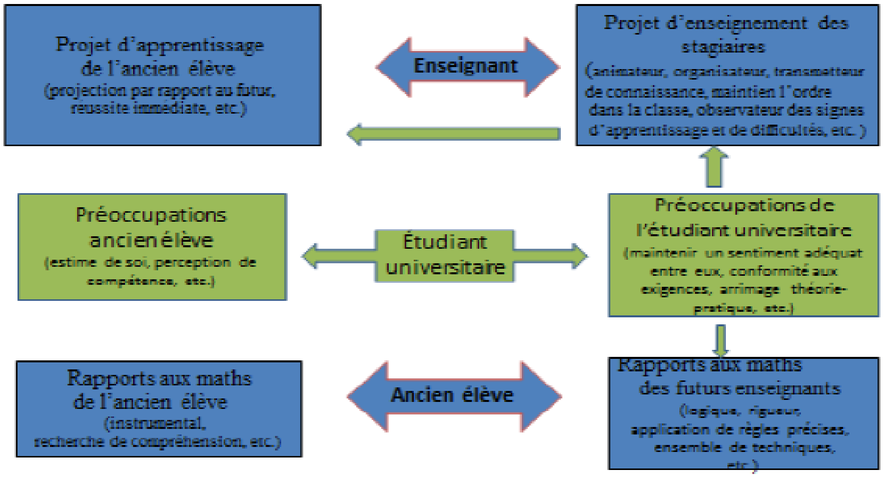


Figure 6 : Influence des préoccupations des futurs maîtres comme prisme pour interpréter (DeBlois, 2012)

2.3. Le modèle théorique

L'interprétation des savoirs et des rapports aux savoirs de futurs enseignants lors de la formation à l'articulation visualisation-raisonnements s'effectue par le prisme d'un modèle intégrateur mobilisant les niveaux d'articulation et les postures épistémologiques. La réponse à la première question de recherche (nature des savoirs développés en formation) est apportée par les niveaux d'articulation et la réponse à la deuxième question (rapports à ces savoirs) sera élaborée à partir des postures épistémologiques. Les niveaux d'articulation et les postures épistémologiques des futurs enseignants vont permettre de comprendre leurs pratiques et par conséquent de répondre à la troisième question de recherche.

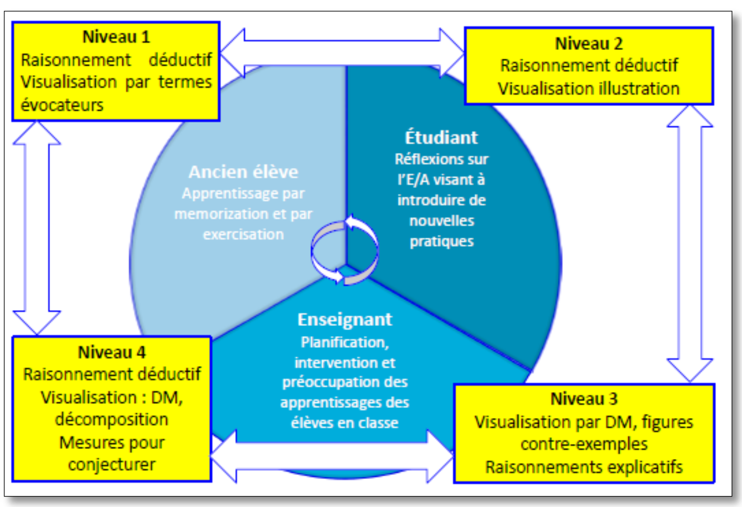


Figure 7 : Modèle d'interprétation des savoirs et des rapports aux savoirs des futurs enseignants de mathématiques du secondaire lors d'une formation à l'articulation visualisation-raisonnements en géométrie

La figure 7 présente la manière dont pourrait se structurer la mise à l'épreuve de ce modèle théorique. Les flèches entre les niveaux d'articulation traduisent le fait que le futur enseignant pourrait transiter d'un niveau à l'autre au cours de la formation et cela en fonction de la tâche à réaliser. Le choix des tâches proposées aux participants apparaît donc comme prépondérant pour favoriser une transition des niveaux 1 et 2 vers les niveaux 3 et 4. De la même manière, les flèches entre les postures épistémologiques matérialisent l'existence possible de tensions entre ces différentes postures documentées par les recherches de DeBlois et Squalli (2002), Ndolly (2012) et Douamba (2015) pour les futurs maîtres du primaire, par Squalli (2012) et Douamba (2015) pour les futurs enseignants de mathématiques du secondaire. La mise à l'épreuve de ce modèle pourrait renseigner sur la manière dont ces tensions évoluent pendant la formation pour construire des connaissances pour l'enseignement de la géométrie et sur l'existence potentielle de liens entre les postures épistémologiques adoptées par les futurs enseignants et les niveaux d'articulation qu'ils sont susceptibles de mobiliser dans leur pratique.

3. Les axes de la formation à l'articulation visualisation-raisonnements

Le but de la formation est de favoriser la transition des niveaux d'articulation 1 et 2 vers les niveaux 3 et 4, mais également de décentrer la posture de l'ancien élève au profit de celle de l'enseignant. Pour cela, des tâches structurées autour de deux axes ont été proposées aux futurs enseignants : l'axe 1 consistait en une formation à l'activité mathématique (Bednarz, 2012) et l'axe 2 était consacré à une formation à l'interprétation lors de pratiques d'enseignement (DeBlois et Squalli, 2002 ; Savard, 2014).

3.1. Axe 1 : Formation à l'activité mathématique

L'axe 1 (formation à l'activité mathématique) se compose de deux séquences de formation et deux phases de résolution de problèmes de géométrie élémentaire (figure 8).

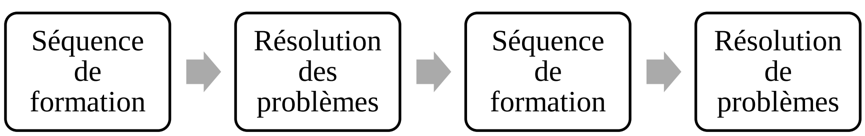


Figure 8 : Organisation de l'axe 1 (formation à l'activité mathématique)

Le but des séquences de formation est d'offrir aux futurs enseignants un cadre de réflexion sur la résolution des problèmes. Cette réflexion est structurée autour de l'importance d'articuler la visualisation à différents types de raisonnements (induction, analogie, déduction, …) pour résoudre des problèmes de géométrie du secondaire. L'idée sous-jacente à ces séquences de formations est de faire faire des mathématiques aux futurs enseignants dans une optique plus professionnelle que scolaire (Bednarz, 2012) afin de contribuer à décentrer la posture épistémologique de l'ancien élève au profit de celle de l'enseignant de mathématiques. Il s'agissait de viser une compréhension profonde de la géométrie enseignée au secondaire par les futurs enseignants afin qu'ils soient capables de la « décompresser » pour la rendre accessibles à leurs futurs élèves (Bednarz, 2012). Cette décompression pourrait se traduire par la mobilisation dans les pratiques des savoirs de formation relatifs aux niveaux 3 et 4 de l'articulation visualisation-raisonnements.

Les informations générales discutées lors des séquences de formation ont été illustrées et mises en pratique lors de la résolution de problèmes de géométrie par les futurs enseignants. Le principal critère ayant présidé au choix de ces problèmes est qu'ils permettent de contribuer à décentrer les niveaux d'articulation 1 et 2. Ainsi, nous avons évité les problèmes en lien trop étroit avec la géométrie du supérieur car ils pourraient être imprégnés par le niveau 1 et ainsi se prêter à un traitement purement déductif. De même, les problèmes proposés ne proviennent pas des manuels scolaires utilisés en contexte gabonais car ces derniers font souvent référence au niveau 2 de l'articulation. En outre, certains cours de mathématiques dédiés à l'enseignement secondaire amènent les étudiants à résoudre plusieurs problèmes issus de ces manuels. Par conséquent, ces problèmes pourraient leur être si familiers qu'ils pourraient en connaître les solutions. Nous avons opté pour des problèmes de géométrie élémentaire (celle qui est enseignée au secondaire) susceptibles d'inciter les futurs enseignants à la mobilisation des niveaux d'articulation 3 et 4. Plusieurs de ces problèmes sont issus des travaux d'Alain Perrin sur la méthode de découpage et recollement (Perrin, 2005; Perrin, 2006) et plus généralement sur l'expérimentation en mathématiques (Perrin, 2007). Tous ces problèmes ont en commun d'être des « problèmes pour chercher » pour lesquels les futurs enseignants « ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles » (Perrin, 2007, p.7). Ce qui est visé c'est plus l'activité de recherche du futur enseignant que la solution elle-même. Ainsi, la consigne donnée est de décrire le plus possible les démarches entreprises y compris celles n'ayant pas permis d'aboutir à une solution (Squalli, 2012). Une telle activité est non seulement proche de celle du mathématicien-chercheur face à un problème complexe, mais aussi et surtout du travail de l'enseignant de mathématique (Perrin, 2007). Un exemple de ce type de problèmes proposés aux futurs enseignants dans le cadre de cette recherche est celui des « aires égales » (figure 8).

On considère un triangle ABC (fig. 2). Quels sont les points M du plan qui vérifient l'égalité d'aires $\mathcal{A}(AMB) = \mathcal{A}(AMC)$? Variante : quels sont les points du plan qui sont tels que le rapport d'aires $\mathcal{A}(AMB)/\mathcal{A}(AMC)$ soit une constante positive donnée ?

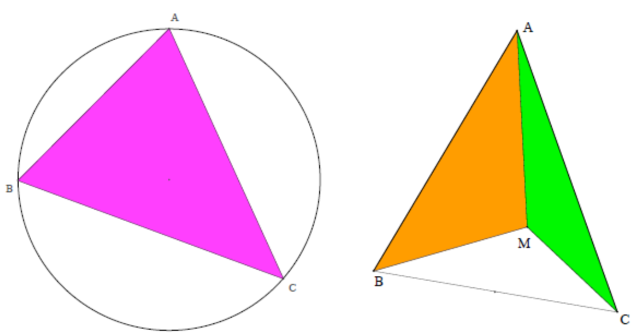


Figure 9 : Le problème des « aires égales » (Perrin, 2007, p. 8)

La résolution de ce problème exige d'émettre une conjecture sur le lieu géométrique recherché. Pour cela, une visualisation effectuée sur un dessin tenant lieu d'exemple générique c'est-à-dire un objet qui est un représentant caractéristique d'une classe d'objets similaires (Balacheff, 1987) peut être mise à contribution. Une telle exploration visuelle de la situation peut s'effectuer par la construction de plusieurs dessins (exemples génériques) facilitée par l'usage de moyens technologiques tels que les logiciels de géométrie dynamique (Cabri, Géoplan/Géospace, GeoGebra, …). Les comportements observés sur chacune de ces constructions sont supposés être généralisables à n'importe quel objet de cette classe (Perrin, 2007). Cette visualisation pourrait ainsi aider à « voir » que le lieu géométrique recherché est la médiane issue de A dans le triangle ABC.

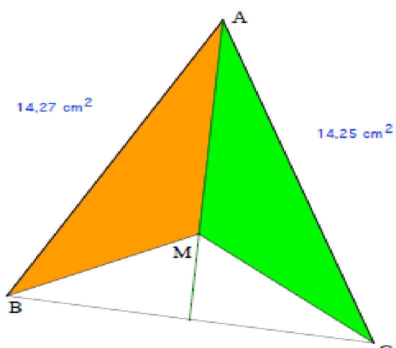


Figure 10 : Visualisation effectuée par le logiciel Cabri géomètre pour aider à l'élaboration d'une conjecture (Perrin, 2007, p. 12)

La validation de cette conjecture peut s'effectuer par l'utilisation de la propriété « toute médiane d'un triangle le partage en deux triangles d'aires égales » pour montrer l'égalité des aires des triangles ABA' et AA'C, et des triangles BMA' et MA'C (avec A', milieu du segment [BC]). Elle nécessite également la mise en œuvre de la propriété d'additivité des aires pour conclure à l'égalité des aires des triangles ABM et MAC. Cette démarche géométrique peut être visualisée par des divisions méréologiques strictement homogènes des triangles ABC et BMC (figure 10).

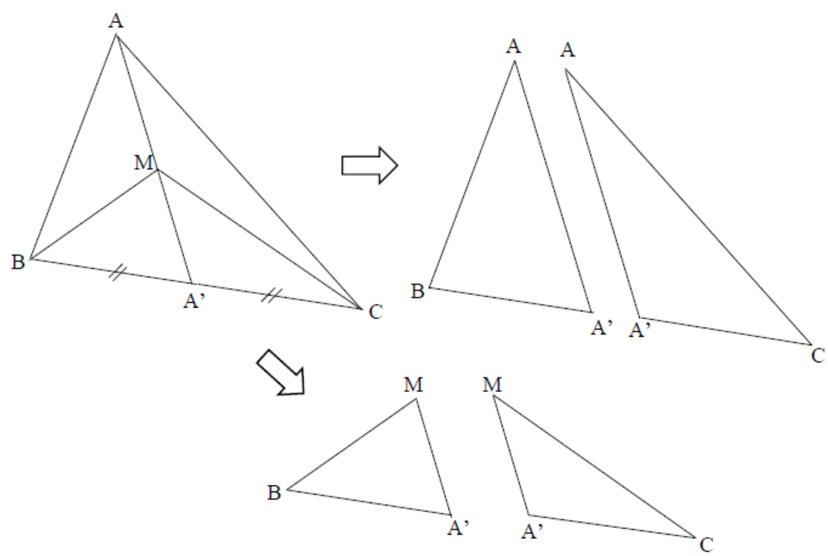


Figure 11 : Divisions méréologiques pour le problème des aires égales

Les savoirs sur l'enseignement de la géométrie qu'exige cette tâche revoient donc au niveau 3 (si on se limite à un processus de visualisation tenant lieu de preuve) ou au niveau 4 (si on juge nécessaire de produire une démonstration formelle). La posture visée par ce type de tâches est celle de l'étudiant universitaire mettent à contribution les savoirs de formation pour faire émerger de nouvelles pratiques chez l'enseignant de mathématiques. Mais comme le montre Squalli (2012), il est possible que la volonté de l'étudiant universitaire de mobiliser les savoirs relatifs à ces niveaux d'articulation soit contrariée par l'ancien élève soucieux d'orienter sa réflexion tout de suite vers un raisonnement purement déductif.

3.2. Axe 2 : Formation à l'interprétation lors de pratiques

L'axe 2 consacré à une formation à l'interprétation lors de pratiques se compose de trois tâches : analyser des productions d'élèves (sans cadres théoriques, puis à travers la mise à contributions de cadres théoriques), planifier des séquences d'enseignement et intervenir en classe de 4^{e} (élèves de 13/14 ans) (figure 12).

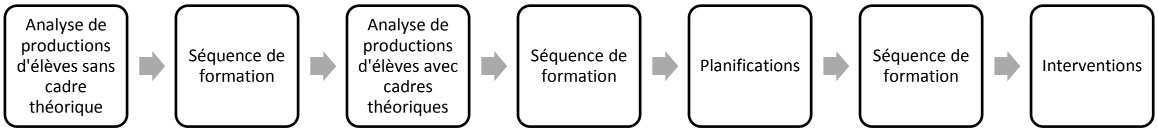


Figure 12 : Organisation de l'axe 2 (formation à l'interprétation lors de pratiques**)**

Le choix de ces tâches se justifie par le fait qu'elles sont constitutives du travail que le participant devra réaliser en tant qu'enseignant. DeBlois et Squalli (2002) ont montré que les analyses de productions d'élèves sont de nature à favoriser une décentration de la posture de l'ancien élève (très prégnante en début de formation) vers celle de l'enseignant de mathématique.

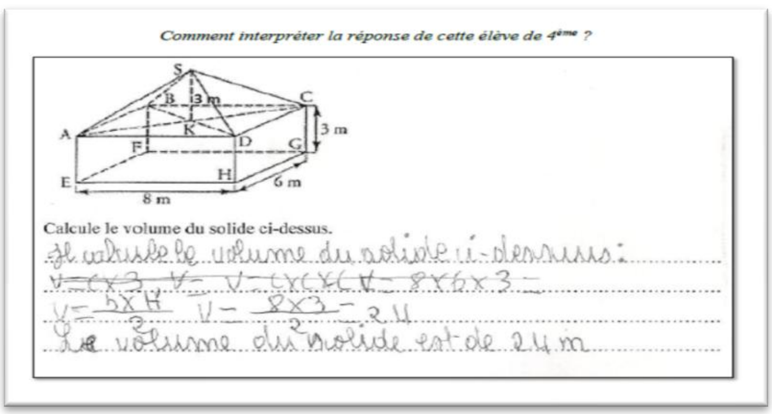


Figure 13 : Un exemple d'analyse de productions d'élèves sans cadre théorique

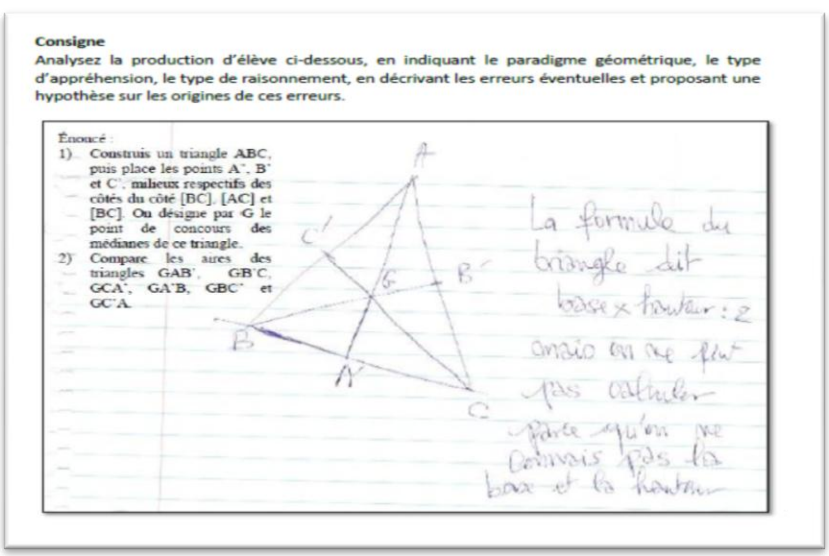


Figure 14 : Un exemple d'analyse de productions d'élèves avec cadre théorique

La réalisation de ces différentes tâches a été nourrie par des séquences de formation (figure 12) dont le but était de présenter aux participants quelques outils théoriques susceptibles de leur permettre :

1) d'affiner leurs analyses des productions d'élèves par la mise à contribution de cadres théoriques tels que les paradigmes géométriques (Houdement et Kuzniak, 1999), les appréhensions des figures (Duval, 1994), l'analyse des erreurs des élèves (Charnay et Mante, 1990; DeBlois, 2011), les analyses séquentielle et structurelle d'un raisonnement (Toulmin, 2003; Cabassut, 2005);
2) d'enrichir leurs planifications en ne les limitant plus à des fiches de préparation (données sous forme de tableau) à travers l'intégration des anticipations des raisonnements des élèves et en particulier leurs erreurs et leurs difficultés (Barry, 2011) ;
3) de se préparer à intervenir en classe à travers quelques routines du dialogue pédagogique en classe (Savard, 2014) notamment les différents types de questions qu'il est possible de poser aux élèves (écho, miroir, relai, …) pour guider leur apprentissage de la géométrie.

La mise à contribution de ces résultats de recherche pour aider à l'interprétation lors de pratiques d'enseignement pourrait favoriser la création d'une « zone de questionnement partagée entre pratique et recherche » (Rey, 2014; p. 16) et ainsi réduire le fossé entre ces deux univers. Ces séquences de formation seront aussi l'occasion de mettre en place progressivement un vocabulaire professionnel et des références collectives (Robert, 2010). Il s'agira de promouvoir « une sensibilisation des participants aux rudiments d'une théorie (implicite) de l'apprentissage, à des considérations sur le statut des connaissances mathématiques et leur développement : statut de l'erreur dans la construction des connaissances, prise en compte des raisonnements et des conceptions des élèves » (Bednarz, Gattuso et Mary, 1995; p. 23).

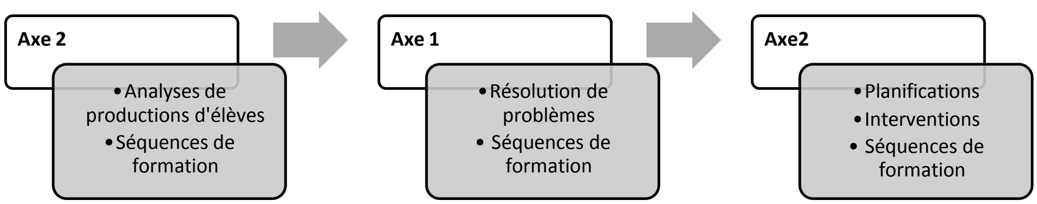


Figure 15 : Arrimage des deux axes de la formation

La figure 15 permet de visualiser l'arrimage entre les axes 1 et 2 de la formation. L'entrée dans cette formation s'effectue par l'axe 2 à travers des analyses de productions d'élèves et des séquences de formation. Cela permet de confronter les futurs enseignants aux raisonnements des élèves afin de les décentrer de la posture de l'ancien élève. L'analyse de ces raisonnements est de nature à permettre la mise en évidence des écarts entre les productions effectives des élèves et les attentes des enseignants. Cette visualisation met également en lumière le rôle essentiel joué par l'axe 1. Situé au cœur du dispositif, cet axe offre l'occasion aux futurs enseignants de questionner leurs attentes et par conséquent de différencier l'enseignement et l'apprentissage à travers la résolution des problèmes de géométrie. Les savoirs sur l'enseignement de la géométrie construits lors de la première phase de l'axe 2 (analyse de production d'élèves) et pendant l'axe 1 pourront par la suite être mobilisés par les futurs enseignants au moment de planifier et d'intervenir en classe.

CONCLUSION

Le point de départ cette recherche est l'hypothèse selon laquelle la focalisation sur l'enseignement et l'apprentissage de la démonstration dès les premières années du secondaire constatée dans les pratiques de plusieurs enseignants de mathématiques gabonais pourrait s'expliquer par une formation essentiellement basée sur le raisonnement déductif. Cette focalisation sur le raisonnement déductif pourrait être une des causes de la faible prise en compte des difficultés des élèves. Les travaux de différents chercheurs sur l'apprentissage de la géométrie au secondaire ont permis de montrer l'importance de l'articulation visualisation-raisonnements dans cet apprentissage. Cela nous a conduits à vouloir concevoir une formation fondée sur cette articulation pour faire émerger chez les futurs enseignants des pratiques prenant en compte la progression des apprentissages en géométrie. Une telle formation vise des savoirs sur l'enseignement de la géométrie qui seront interprétés par les futurs enseignants. Il convient donc de questionner : la nature des savoirs effectivement développés lors de la formation, l'importance accordée à ces savoirs et la manière dont ces savoirs de formation sont mobilisés dans les pratiques des futurs enseignants. Un modèle théorique intégrant les niveaux d'articulation visualisation-raisonnements (pour modéliser les savoirs de formation) et les postures épistémologiques (afin de modéliser les rapports aux savoirs de formation) a ainsi été conçu pour étudier ces interprétations. De même, un dispositif de formation permettant de créer un cadre propice à l'observation du processus de construction de ces savoirs, des rapports à ces savoirs et des pratiques qui en découlent a été décrit. Ce dispositif s'articule autour de deux axes : la formation à l'activité mathématique et la formation à l'interprétation lors de pratiques.

Il nous reste à préciser le cadre méthodologique ayant été privilégié pour expérimenter un tel dispositif et la manière dont les données issues de l'observation du comportement des futurs enseignants seront analysées. Il sera alors possible d'interpréter ces données à l'aide du modèle théorique. Ce modèle devrait conduire à l'élaboration d'une cartographie des postures épistémologiques et des niveaux d'articulation de ces futurs enseignants afin de mettre à jour leurs pratiques d'enseignement de la géométrie. Mettre le focus sur les interprétations de futurs enseignants au cours d'une formation à l'enseignement de la géométrie au secondaire nous semble être une avenue potentiellement riche d'enseignements susceptibles d'ouvrir une nouvelle perspective de recherche sur la formation initiale des enseignants de mathématiques du secondaire.

RÉFÉRENCES

Arsac, G. (Éd.). (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège : une suite de situations permettant l'appropriation des règles du débat mathématique*, Lyon, Presses universitaires de Lyon, IREM.

Arsac, G. (1997). Les limites d'un enseignement déductif de la géom, *Petit x,* (47), 5‑ 31.

Balacheff, N. (1982). Preuve et démonstration en mathématiques au collège, *Recherches en didactique des mathématiques,* 3(3), 261‑ 304.

Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situation de validation, *Educational Studies in Mathematics,* 18, 147‑ 176.

Barbin, E. (2001). La démonstration : pulsation entre le discursif et le visuel, *In* Barbin, R. Duval, I. Giorgiutti, J. Houdebine et C. Laborde, *Produire et lire des textes de démonstration* (Ellipses, (p. 31‑ 61), Paris, É.

Barbin, E., Duval, R., Giorgiutti, I., Houdebine, J. et Laborde, C. (Éd.). (2001). *Produire et lire des textes de démonstration* (Ellipses), Paris.

Barry, S. (2011). Travailler autrement la planification de situations d'enseignement/apprentissage mathématiques en formation initiale à l'enseignement au primaire, *In Actes du colloque du groupe de didactique des mathématiques du Québec*, (p. 8‑ 14), Trois-Rivières.

Bednarz, N. (2012). Formation mathématique des enseignants. État des lieux, questions et perspectives, *In* Proulx, J., Corriveau, C. et Squalli, H., *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques*, (p. 13‑ 54), Québec, Presses de l'Université du Québec.

Bednarz, N., Gattuso, L. et Mary, C. (1995). Formation à l'intervention d'un futur enseignant en mathématiques au secondaire, *Bulletin de l'AMQ*, XXXV(1), 17‑ 30.

Bishop, A. (1989). Review of Research on Visualization in Mathematics Education, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7‑ 16.

Bkouche, R. (2002). Du raisonnement à la démonstration, *Repères-IREM*, (47), 41‑ 64.

Boublil-Ekimova, H. (2010). Lacunes géométriques des futurs enseignants, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 15, 97-118.

Brousseau, G. (1983). Études de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie, *In Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, vol. 45, p. 183‑ 226, Grenoble, IMAG, LSD.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309‑ 336.

Cabassut, R. (2002). Pourquoi démontrer? Un exemple allemand sur les aires et les volumes pour entrer dans le processus de preuve et d'explications, *Repères-IREM*, (47), 17‑ 39.

Cabassut, R. (2005). *Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne*, Thèse de doctorat, Université de Paris 7, Paris.

Charlot, B. (1997). *Du rapport au savoir : éléments pour une théorie*, Paris, Anthropos , Diffusion, Economica.

Charnay, R. et Mante, M. (1990). De l'analyse d'erreurs en mathématiques aus dispositifs de remédiation : quelques pistes ..., *Grand N*, 48, 37‑ 64.

Cyr, S. (2013). Préparer la géométrie au collège : Développement du raisonnement déductif chez des élèves de CM2 à travers des activités de géométrie et de mesure, *Petit x*, (92), 33‑ 48.

DeBlois, L. (2011). *Enseigner les mathématiques: des intentions à préciser pour planifier, guider et interpréter*, Québec, Presses de l'Université Laval.

DeBlois, L. (2012). De l'ancien élève à l'enseignant : Quel parcours ? *In* C. Corriveau, J. Proulx et H. Squalli, F*ormation mathématique des enseignants de mathématiques : Pratiques, orientations et recherches,* (p. 313‑ 320), Presses de l'Université du Québec,

DeBlois, L. et Squalli, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50(2), 212‑ 237.

De Cointet, M. et Egret, M. (2007). Les aires et le raisonnement géométrique, *L'ouvert*, (117), 1‑ 19.

Dondero, M. (2011). Diagramme et parcours visuels de la démonstration, *Nouveaux Actes Sémiotiques*, 114, 1‑ 13.

Douamba, K. (2015). *Formation à l'enseignement des mathématiques au Burkina Faso : étude de pratiques d'enseignement de stagiaires sur la fraction dans les classes de CM2 et de sixième*, Thèse de doctorat, Université Laval, Québec.

Dreyfus, T. et Kidron, I. (2014). From Proof Image to Formal Proof - A Transformation, *In Transformation - A Fundamental Idea of Mathematics Education*, (Springer, p. 269‑ 289), New York, Rezat S., Hattermann M., Peter-Koop A.

Duval, R. (1988). Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et sciences cognitives*, 1, 57‑ 74.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repères-IREM*, (17), 121‑ 138.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de didactique et sciences cognitives*.

Edwards, C. H. (1979). The Historical Development of the Calculus, New York, NY., Springer New York, Consulté à l'adresse http://link.springer.com/10.1007/978-1-4612-6230-5

Hanna, G. (1995). Challenges to the importance of proof, *Learning of Mathematics*, 15(3), 42‑ 49.

Heinzmann, G. (2005). La géométrie et le principe d'idonéité : une relecture de Ferdinand Gonseth, *In* J. Kouneiher, D. Flament, P. Nabonnand, *Géométrie au XX^e^ siècle, 1930-2000 : histoire et horizons*, (p. 424), Presses Internationales Polytechnique.

Hiriart-Urruty, J.-B. (2012). Le rôle des conjectures dans l'avancement des mathématiques : tours et détours à l'aide d'exemples, *Quadrature*, (83), 27‑ 33.

Houdebine, J. (1990). Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question, *Repères-IREM*, (1), 5‑ 27.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres, *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 283‑ 312.

Ierna, C. (2009). Husserl et Stumpf sur la Gestalt et la fusion, *Philosophiques*, 36(2), 489, http://doi.org/10.7202/039482ar

Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, Grenoble.

Moore, R. (1994). Making the transition to formal proof, *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249‑ 266.

Ndolly, G. (2012). *L'apprentissage à l'enseignement de la géométrie : Analyse des pratiques de futurs enseignants en stage à l'école primaire au Gabon*, Thèse de doctorat, Université Laval, Québec.

Padilla, V. (1992). *L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*, Thèse de doctorat, Université de Strasbourg 1, Strasbourg.

Paul, L. et DeBlois, L. (1998). Production de preuves en géométrie par des élèves du secondaire, *Bulletin de l'AMQ*, XXXVIII(3), 22‑ 34.

Perrin, D. (2005). *Mathématiques d'école : nombres, mesures et géométrie*, Paris, Cassini.

Perrin, D. (2006). Aires et Volumes : découpage et recollement. Consulté à l'adresse euler.ac-versailles.fr/webMathematica/reflexionpro/conferences/perrin/iprdp.pdf

Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques, *Petit x*, 73, 6‑ 34.

Polya, G. (1965). *Comment poser et résoudre un probleme : mathématique, physique, jeux, philosophie*, Paris, Dunod.

Popper, K. R., Brudny, M.-I. et Buhot de Launay, M. (2006). *Conjectures et réfutations*, Paris, Payot.

Quentin de Mongaryas, R. (2013). *Le rapport aux mathématiques des collégiens et lycéens dans l'enseignement secondaire général à Libreville*, *In* Actes du congrès de l'Association de la Recherche en Éducation et en Formation (AREF).

René de Cotret, S. (2012). Sybil en formation des maîtres : Un cas de personnalités multiples, *In* Claudia Corriveau, Jérôme Proulx et Hassane Squalli, *Formation mathématique des enseignants de mathématiques : pratiques, orientations et recherches*, (p. 159‑ 170), Presses de l'Université du Québec, Québec.

Rey, O. (2014). Entre laboratoire et terrain : comment la recherche fait ses preuves en éducation, *Dossier de veille de l'IFÉ* (Institut français de l'éducation), (89 janvier), 1‑ 28.

Richard, P. (2004). L'inférence figurale : Un pas de raisonnement discursivo-graphique, *Educational Studies in Mathematics*, 57(2), 229‑ 263.

Robert, A. (2010). Formation professionnelle des enseignants du second degré, *Repères-IREM*, (80), 87‑ 103.

Savard, A. (2014). Enseigner à enseigner : regards croisés sur l'épistémologie et le rapport au savoir d'une professeure, *In* M.- C. Bernard, A. Savard, C. Beaucher, *Le rapport aux savoirs : une clé pour analyser les épistémologies enseignantes et les pratiques de classe*, (Livres en ligne du CRIRES), Québec, Consulté à l'adresse http://lel.crires.ulaval.ca/public/le_rapport_aux_savoirs.pdf

Sayac, N. (2010). *Appréhender la formation des professeurs des écoles en France à travers les pratiques des formateurs en mathématiques*, *In* Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF), Université de Genève.

Sayac, N. (2013). La recherche dans la formation des enseignants : quel impact sur les étudiants en termes de développement professionnel et de rapport au(x) savoir(s) ? *Formation et profession*, 21(1), 1‑ 12.

Schoenfeld, A. (1982). Psychological factors affecting students' performance on geometry problems, *In Proceedings of the Fourth PME-NA Conference*, (p. 168‑ 174).

Schoenfeld, A. (1988). Quand un bon enseignement mène à de mauvais résultats, Psychologie de l'éducation, 23(2), 145‑ 166.

Shulman, L. (1986). Those who undestand: Knowledge grouth in teaching, *Educational Researcher*, 15(1), 4‑ 14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching : Foundations of the new reforms, *Harvard Educationnal Review*, 57(1), 1‑ 22.

Squalli, H. (2012). Quelle articulation entre formation mathématique et formation à l'enseignement des mathématiques ? *In* C. Corriveau, J. Proulx et H. Squalli, *Formation mathématique des enseignants de mathématiques : pratiques, orientations et recherches*, (p. 143‑ 157), Presses de l'Université du Québec.

Szczeciniarz, J. (2005). Philosophie et géométrie : la montée de la géométrie ses effets philosophiques, *In* J. Kouneiher, D. Flament, P. Nabonnand, *Géométrie au XXe siècle, 1930-2000 : histoire et horizons*, (p. 424), Presses Internationales Polytechnique.

Tanguay, D. (2002). Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire, *La Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies*, 371‑ 396.

Toulmin, S. (2003). The uses of argument (Updated ed), Cambridge, U.K. , New York, Cambridge University Press.