ACTES DU COLLOQUE DU GROUPE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES DU QUÉBEC

2011

Enjeux de la didactique des mathématiques pour la formation et la pratique des enseignants : Quelle(s) didactiques (s) ?

UQTR
1, 2 et 3 juin 2011

TABLE DES MATIÈRES

2011

INTRODUCTION AUX ACTES DE COLLOQUE GDM 2011

En 2011, le colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec (GDM) s'est tenu à l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR), les 2 et 3 juin, précédé d'une journée par le précolloque du GDM 2011. Le programme a été élaboré par le comité exécutif, composé de Vincent Martin, doctorant à l'Université de Sherbrooke, Jérôme Proulx, professeur à l'Université du Québec à Montréal, Anne Roy, professeure à l'Université du Québec à Trois-Rivières et Dominic Voyer, professeur à l'Université du Québec à Rimouski-Campus de Lévis. Localement, le précolloque et le colloque du GDM 2011 ont été organisés par un comité composé de trois professeurs de l'UQTR : Anne Roy, Corneille Kazadi et Ghislain Samson et, soutenus par une étudiante à la maîtrise, Katlyn Thibodeau. Le comité exécutif tient à remercier le Décanat des études des cycles supérieurs et de la recherche de l'UQTR pour son aide financière.

THÈME DU COLLOQUE - ENJEUX DE LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES POUR LA FORMATION ET LA PRATIQUE DES ENSEIGNANTS: QUELLE(S) DIDACTIQUE(S)?

C'est dans une dynamique de questionnement à propos de la didactique praticienne que le thème pour le colloque du GDM 2011 a été choisi, et ce, dans le but d'aborder les multiples enjeux auxquels est confrontée la didactique des mathématiques en lien avec la pratique enseignante. Soulignons que l'expression « didactique praticienne » a été avancée par Martinand (1992) pour décrire la didactique pratiquée par les enseignants en contexte d'enseignement. Pour cet auteur, cette didactique représente l'une des trois branches *du didactique*, qui contient alors la didactique praticienne, la didactique normative, qui est celle des programmes de formation et d'enseignement instaurés par le Ministère, et la didactique critique et prospective, qui est celle des chercheurs universitaires.

Deux enjeux importants de la didactique des mathématiques ont retenu notre attention, lesquels furent soulignés en 2009 lors d'un colloque tenu à l'ACFAS[1] : (1) le rôle et l'apport de la didactique des mathématiques pour la pratique enseignante et (2) la prise en compte de cette didactique praticienne qui est au cœur même de la pratique enseignante et qui peut différer de la didactique de recherche ou « universitaire ».

Inspirée par ces deux enjeux, la question au cœur du colloque du GDM 2011 a donc été la suivante : « Quelle(s) didactique(s)? ». Cette question, qui peut paraître toute simple, s'avère pourtant fort complexe lorsqu'elle est considérée selon les différents points de vue des nombreuses personnes œuvrant dans le domaine de l'éducation mathématique : les didacticiens des mathématiques, les formateurs en enseignement, les enseignants en service, les superviseurs de stage, les enseignants associés et les futurs enseignants.

Plusieurs questions peuvent, en fait, être touchées par ces enjeux et en voici quelques-unes qui apparaissaient centrales pour le colloque :

- *Le concept de didactique praticienne* : « Pourquoi s'intéresser à la didactique praticienne en tant que didacticien des mathématiques ? »; « Est-ce que la didactique praticienne des enseignants est une didactique sans théorie et que la didactique critique et prospective des chercheurs en est une sans pratique ? ».
- *L'enseignant dans sa pratique* : « Quelle didactique l'enseignant mobilise-t-il dans sa pratique quotidienne? »; « Quels sont les apports possibles de la didactique du chercheur pour la pratique de l'enseignant? ».
- *La formation des enseignants* : «Quelle didactique voulons-nous que les étudiants développent durant leur formation initiale ? »; «Comment former des étudiants pour qu'ils développent, si ceci est le but visé, leur propre didactique praticienne?»; «Quelle place accordée à la didactique des mathématiques dans la formation pratique des futurs enseignants?».
- *Les pratiques des formateurs : «Quelle(s)* didactique(s) prenons-nous en considération pour élaborer nos cours de didactique des mathématiques ? »; «La didactique du formateur et celle du formé sont-elles les mêmes? Si oui, en quoi, et si non, comment les arrimer? » « La didactique des formateurs devrait-elle être la même? ».

Ces quelques questions, et bien d'autres, ont contribué à stimuler les nombreux échanges et à alimenter les débats d'idées qui sont survenus durant le colloque autour des enjeux de la didactique des mathématiques.

[1] Proulx, J., et Gattuso, L. (Eds.). (2010). *Formation des enseignants en mathématiques : Tendances et perspectives actuelles.* Sherbrooke, Qc : Éditions dCRP.

2011

LE DÉROULEMENT DU PRÉCOLLOQUE

Le précolloque, qui en était à une première en son genre, a permis d'amorcer le colloque du GDM 2011. Cinq communications ont été données par des chercheurs en didactique des mathématiques, dans une perspective de vulgarisation de leurs travaux de recherche et d'interrelation entre recherche et pratique. Ces communications ont été présentées par Souleymane Barry, professeur à l'Université du Québec à Chicoutimi, Patricia Marchand, professeure à l'Université de Sherbrooke, Laurent Theis, professeur à l'Université de Sherbrooke, Dominic Voyer et Marie-Pier Goulet, respectivement professeur et étudiante à la maîtrise à l'Université du Québec à Rimouski-Campus Lévis et Anne Roy, professeure à l'Université du Québec à Trois-Rivières. Le précolloque a permis de réunir une trentaine de personnes, incluant des didacticiens des mathématiques, des futurs enseignants, enseignants, des conseillers pédagogiques et des directeurs d'établissements, tous intéressées par la formation et la pratique des enseignants, et œuvrant au sein d'institutions scolaires environnantes à l'UQTR.

LE DÉROULEMENT DU COLLOQUE

Le colloque s'est déroulé sur une période de trois jours. Deux activités plénières ont été organisées pour lancer et faire avancer les questions reliées au thème du colloque.

Le 1er juin en soirée, Jean-Louis Martinand, professeur émérite à l'École normale supérieure de Cachan en France, a lancé le colloque en offrant la conférence plénière d'ouverture autour de ses réflexions entourant la didactique praticienne et des travaux et réflexions réalisés depuis sa conceptualisation.

Les 2 et 3 juin, plusieurs professeurs et étudiants œuvrant dans le champ de la didactique des mathématiques au Québec ont présenté des communications scientifiques. Nous avons eu droit à :

- 14 communications orales, présentées par Adolphe Adihou, Geneviève Barabé, Souleymane Barry, Lucie DeBlois, Sarah Dufour, Fernando Hitt, Marie-Pier Goulet, David Guillemette, Caroline Lajoie, Salima Lazli, Jean-François Maheux, Izabella Oliveira,Carmen Oval Soto, Jérôme Proulx, Mireille Saboya, Mathieu Thibault, Mélanie Tremblay et Dominic Voyer.
- 11 communications affichées, présentées par Caroline Bisson, Évelyne Dion-Laliberté, Jean-François Maheux, Maryvonne Merri, Victor Mouboli, Deborah Nadeau, Audrey Perreault, Stéphanie Rhéaume, Joëlle Sambote, Patricia Simon et Mathieu Thibault.

Enfin, le colloque a été clôturé par un débat intitulé « Didactique et formation », ayant comme animateur Jean Dionne, professeur retraité de l'Université Laval, et auquel ont participé cinq professeurs œuvrant en didactique des mathématiques: Sophie René de Cotret de l'Université de Montréal, Pascale Blouin de l'Université du Québec à Trois-Rivières, Jean-Louis Martinand de l'École normale supérieure de Cachan et Hassane Squalli de l'Université de Sherbrooke. Les deux questions suivantes ont fait l'objet du débat :

1. Quelle didactique voulons-nous que les futurs enseignants développent durant leur formation initiale ?
2. Quelle(s) didactique(s) prenons-nous en considération pour élaborer nos cours de didactique des mathématiques ?

LES ACTES DU COLLOQUE

Les actes du colloque présentent la version texte de la conférence plénière et des communications réalisées au cours du colloque. Ceux-ci sont disponibles en format papier et en format électronique sur le site web du GDM.

LES REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier particulièrement Jean-Louis Martinand pour nous avoir livré une conférence plénière sur les enjeux de la recherche en didactique des mathématiques et des sciences.

Nous remercions également les professeurs, panélistes et animateur, qui ont pris part au débat ainsi que tous les présentateurs de communication et participants, pour avoir alimenté les discussions au cours du colloque et du précolloque.

Le comité exécutif du GDM

LES PARTICIPANTS AU COLLOQUE

Aldolphe Adihou
Geneviève Barabé
Souleymane Barry
Caroline Bisson
Pascale Blouin
Mathieu Brisebois
Lucie Deblois
Évelyne Dion-Laliberté
Sarah Dufour,
Daniela Furtuna
Claude Gaulin,
Marie-Pier Goulet
David Guillemette
Doris Jeannotte
Khôi Mai Huy
Marie-Pier Larocque
Salima Lazli
Patricia Marchand
Jean-François Maheux
Vincent Martin
Jean-Louis Martinand
Maryvonne Merri
Victor Mouboli
Déborah Nadeau
Izabella Oliveira
Carmen Oval Soto
Audrey Perreault
Jérôme Proulx
Sophie René de Cotret
Stéphanie Rhéaume
Anne Roy
Mireille Saboya
Joëlle Sambote
Ghislain Samson
Hassane Squalli
Mathieu Thibault
Olivier Turcotte
Dominic Voyer

LES PARTICIPANTS AU PRÉCOLLOQUE

Souleymane Barry
Paul Beaulieu
Caroline Bisson
Sylvie Bellefeuille
Judith Bordeleau
Évelyne Dion-Laliberté
Louise Frenette
Daniela Furtuna
Marie-Pier Goulet
Mai Huy Khoi
Annie Lemieux
Jean-Luc Lemieux
Patricia Marchand
Vincent Martin
Jean-Louis Martinand
Maryvonne Merri
Victor Mouboli
Déborah Nadeau
Carmen Oval Soto
Audrey Perreault
David Pinette
Stéphanie Rhéaume
Vicky Richard
Anne Roy
Ghislain Samson
Laurent Theis
Mathieu Thibault
Olivier Turcotte
Dominic Voyer

Une étude du développement professionnel par l'intégration dans la pratique d'enseignement d'une approche visant le développement du potentiel mathématique des élèves

Geneviève Barabé, Hassane Squalli, Claudine Mary, Université de Sherbrooke

RÉSUMÉ

Les enseignants passent une bonne partie de leur temps à produire, à adapter et à modifier des ressources pédagogiques, ce qui place ce travail, appelé travail documentaire, au cœur de leur développement professionnel (Gueudet et Trouche, 2008). Dans le cadre d'une recherche collaborative ayant pour but le développement professionnel d'orthopédagogues et d'enseignants, effectuée par des chercheurs de l'Université de Sherbrooke, des ressources pédagogiques visant le développement du potentiel mathématique des élèves en difficulté d'apprentissage ont été conçues, adaptées et modifiées. Nous appuyant sur l'approche documentaire du didactique de Gueudet et Trouche (2008), nous décrivons le processus d'intégration de l'approche de développement du potentiel mathématique dans la pratique d'enseignement d'une enseignante ayant participé à la recherche collaborative.

1. INTRODUCTION

Actuellement, au Québec, tout comme dans plusieurs pays occidentaux, les enseignants doivent faire face à des problèmes pour lesquels ils n'ont pas toujours été formés, particulièrement l'enseignement à des élèves en difficulté d'apprentissage intégrés à la classe régulière (Brodeur, Deaudelin et Bru, 2005). Bien que cette visée d'intégration scolaire d'un plus grand nombre d'élèves handicapés ou en difficulté d'apprentissage ou d'adaptation (EHDAA) a pour but de favoriser la réussite scolaire de ces élèves (Booth, Ainscow, Black-Hawkins, Vaugh et Shaw, 2000; Kalambouka, Farrel, Dyson et Kaplan, 2005), certaines recherches montrent que les enseignants des classes régulières manquent de préparation et de formation pour intervenir auprès d'eux (Avramidis, Bayliss et Burden, 2000; Debeurme et Jubinville, 2006; Debeurme et Nootens, 2006; Maertens et Bowen, 1996; Parent, Fortier et Boisvert, 1993; Schumm et Vaughn, 1992).

Que ce soit pour affronter ce défi d'intégration scolaire ou tout autres défis liés à l'enseignement d'une matière, les enseignants sont appelés à perfectionner leurs compétences professionnelles pour mieux intervenir auprès de tous leurs élèves. C'est dans ce sens que le ministère de l'Éducation des Loisirs et du Sport (MELS) incite les enseignants à « S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnelle » (Gouvernement du Québec, 2004, p. 125). Pour le Conseil Supérieur de l'Éducation (CSÉ), la formation continue est alors une voie à privilégier pour favoriser le développement des compétences professionnelles des enseignants et relever les nouveaux défis auxquels l'école fait face (2004).

Dans cette optique, une formation continue visant à perfectionner les pratiques d'enseignement des enseignants auprès des élèves en difficulté d'apprentissage en mathématique a été menée par des chercheurs de l'Université de Sherbrooke. Lors de cette formation, des enseignants de classes régulières de l'enseignement primaire, en collaboration avec des orthopédagogues, ont conçu et expérimenté en classe des situations d'apprentissage visant à développer le potentiel mathématique des élèves en difficulté d'apprentissage. Pour les guider dans l'exploitation de cette voie d'intervention, c'est-à-dire une intervention axée sur le développement du potentiel mathématique de l'élève en difficulté d'apprentissage en mathématique, les formateurs ont explicité une liste de principes didactiques qui caractérise cette voie d'intervention, et ont accompagné les enseignants dans le but qu'ils intègrent ces principes dans leur pratique d'enseignement des mathématiques. Or, l'intégration d'une ressource pédagogique dans les pratiques d'enseignement ne va pas de soi. Ce n'est pas en proposant des ressources pédagogiques aux enseignants que ceux-ci les intégreront de manière efficace dans leur enseignement. Des recherches montrent, en effet, que les pratiques d'enseignement sont difficiles à modifier (Garet, Porter, Desimone, Birman et Suk Yoon, 2001; Roditi, 2006). Notre intérêt est ici de voir comment les enseignants intègrent une nouvelle approche, telle que l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève, dans leur pratique d'enseignement. Pour ce faire, nous exploiterons un cadre conceptuel récent issu du champ de la didactique des mathématiques et connu sous le nom de l'approche documentaire du didactique de Gueudet et Trouche (2008). Mais d'abord, intéressons nous à l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève en difficulté d'apprentissage.

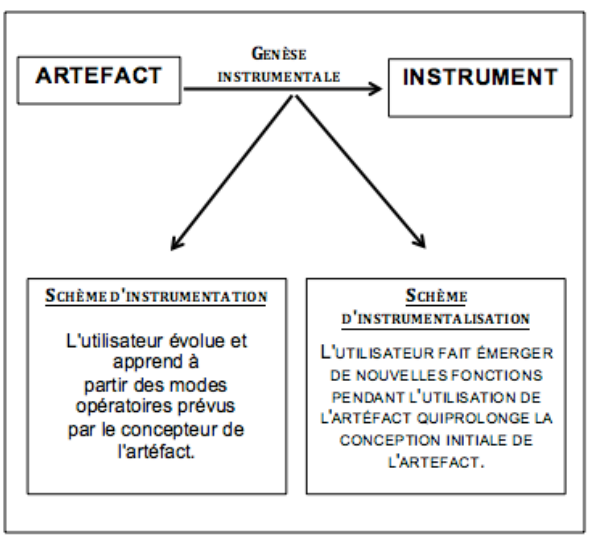


Fig. I : La genèse instrumentale

2. L'APPROCHE DE DÉVELOPPEMENT DU POTENTIEL MATHÉMATIQUE DE L'ÉLÈVE

L'approche de développement du potentiel mathématique est une approche innovante, du moins pour les enseignants ayant participé à la formation, qui vise à favoriser les interventions axées sur les connaissances et les capacités de raisonnement des élèves et non d'intervenir exclusivement sur les difficultés constatées chez les élèves (Mary, Squalli et Schmidt, 2008). La philosophie de cette approche est que tout élève, qu'il soit en difficulté ou non, possède des connaissances et est capable d'émettre de bons raisonnements. L'enseignant doit alors miser sur les forces de l'élève et lui faire vivre de vraies activités mathématiques dans lesquelles il pourra exploiter et développer son raisonnement mathématique. Cette approche de développement du potentiel propose des pistes d'action pour les enseignants qui sont formulées en termes de principes didactiques. Voici la liste des principes didactiques qui soutient cette approche :

Principe #1 : Plonger l'élève dans des activités mathématiques diversifiées et riches, où il sera appelé à réfléchir, à raisonner, à chercher.

Principe #2 : Penser les situations pour que les élèves puissent participer selon leurs connaissances « différenciées ».

Principe #3 : Travailler avec les forces de l'élève et lui en faire prendre conscience.

Principe #4 : Mettre en place des situations qui favorisent les interactions sociales.

Principe #5 : Investiguer des domaines peu travaillés avec les élèves en difficulté.

Principe #6 : Varier et multiplier les accès au savoir - penser à un éventail de possibilités d'actions – varier les données.

Principe #7 : Penser en termes d'itinéraires cognitifs et non de tâches isolées.

Principe #8 : Utiliser une médiation pertinente (enseignant, pair, matériel…)

Principe #9 : Encourager les connaissances personnelles avant les savoirs homologués – Amener l'élève progressivement de l'utilisation du langage naturel vers un langage plus formel.

Afin d'étudier l'intégration de l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève dans la pratique d'enseignement, nous avons été amenés à étudier l'intégration de ces principes didactiques dans la pratique d'enseignement. Cette étude a alors été réalisée en exploitant l'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche, 2008) qui s'appuie sur l'approche instrumentale de Rabardel (1995) et que nous présentons dans la section qui suit.

3. L'APPROCHE INSTRUMENTALE DE RABARDEL (1995)

L'approche instrumentale de Rabardel (1995) permet d'étudier la médiation par un instrument d'une activité entre un sujet et un objet. Ce faisant, Vérillon et Rabardel (1995) distinguent un artefact d'un instrument. Le processus par lequel l'enseignant s'approprie et transforme l'artefact pour en faire un instrument est appelé la genèse instrumentale. Celle-ci recouvre deux processus : l'instrumentation et l'instrumentalisation. L'instrumentation concerne l'émergence et l'évolution des schèmes d'utilisation et d'assimilation de nouveaux artefacts aux schèmes existants (Rabardel, 1999) tandis que l'instrumentalisation fait référence à l'évolution des composantes de l'artefact, c'est-à-dire de nouveaux modes qui sont constitués par le sujet durant l'utilisation de l'artefact (*Ibid.*). Ainsi, durant le processus d'instrumentation c'est l'enseignant qui évolue alors que dans celui d'instrumentalisation, c'est l'artefact qui évolue. Un instrument est donc composé d'un artefact et des schèmes d'utilisation de l'artefact (schèmes du processus d'instrumentation et schèmes du processus d'instrumentalisation).

Le concept de schème a d'abord été développé par Piaget (1967) qui définit un schème d'action comme étant « ce qui, dans une action, est transposable, généralisable ou différentiable, d'une situation à la suivante, autrement dit ce qu'il y a de commun aux diverses répétitions ou aux applications de la même action » (p. 16). Vergnaud (1996) complète cette définition en reliant le concept de schème à celui de situation. Pour ce dernier, un schème est « une organisation invariante de la conduite pour une classe de situations données. » (p. 199) En outre, Vergnaud insiste sur le fait que c'est l'organisation qui est invariante et non l'activité (Sokhna, 2006). Par ailleurs, pour Vergnaud (2000), le schème est universel puisque d'une part, il s'adresse à une classe de situations et d'autre part, il engendre une classe de conduites distinctes adaptées aux situations particulières. C'est donc le couple schème-situation qui pour Vergnaud (*Ibid.*) est au centre du processus de construction ou d'appropriation des compétences et des connaissances. Qui plus est, pour Vergnaud (1996) :

« L'enseignant aussi fonctionne avec un répertoire de schèmes, qui concernent de nombreux registres de son activité : sociale, affective, langagière et technique. Ses représentations sont essentielles dans la manière dont ses pratiques sont structurées. La formation continue a pour but de l'aider à former et à transformer les schèmes qui structurent sa pratique professionnelle et les représentations sur lesquelles elle repose. » (p. 175)

Pour Rabardel (1999), ce sont les schèmes qui permettent au sujet d'adapter ses gestes aux différentes classes de situations. Les schèmes lient le geste à la pensée. Dans le même ordre d'idée, pour Vergnaud (2005) la pensée est geste, et l'analyse des gestes permet de montrer le caractère fécond et irremplaçable du concept de schème. Comme le schème est ce qui relie le geste à la pensée, ce n'est que sa partie émergée qui est accessible à l'observateur. (Trouche, 2003) Le schème est donc une construction de l'observateur à partir des traces de l'activité du sujet : des anticipations, des inférences en situation, etc. (*Ibid.*) Dans notre projet, nous dégagerons les schèmes chez une enseignante dans le contexte de formation continue autour du développement du potentiel mathématique de l'élève.

Rappelons que Vergnaud (1996) a identifié quatre composantes du schème :

- un ou plusieurs buts, des sous-buts et des anticipations;
- des règles d'action, de prise d'information et de contrôle;
- des invariants opératoires qui se caractérisent par des concepts-en-acte ou des théorèmes-en-acte;
- des possibilités d'inférence;

Sur le plan opérationnel, l'exploitation de cette théorie exige l'identification des composantes du schème, un travail qui déborde du cadre de ce projet. Nous nous sommes ainsi restreint à identifier les invariants opératoires dans le travail de l'enseignante. En fait, pour Vergnaud (2005), les invariants opératoires constituent la composante épistémique du schème qui soutient l'organisation de l'activité, d'où l'importance que nous accordons à l'identification de ces invariants opératoires. « Invariants opératoires » est une expression globale pour désigner les « concepts-en-acte » et les « théorèmes-en-acte » qui sont les connaissances contenues dans les schèmes (Vergnaud, 1996).

4. L'APPROCHE DOCUMENTAIRE EN DIDACTIQUE

Dans l'approche documentaire, on parle de document plutôt que d'instrument et de ressources pédagogiques plutôt que d'artefacts, afin de préciser de quel instrument il s'agit. Le processus permettant à une ressource pédagogique de devenir un document s'appelle alors la genèse documentaire. Cette genèse documentaire donne naissance à un document de l'enseignant formé de ressources et de schèmes d'utilisation des ressources. Ce processus de constitution d'un document à partir de ressources fait intervenir les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation. L'instrumentalisation est donc le processus par lequel l'enseignant s'approprie et modifie les ressources alors que l'instrumentation est le processus par lequel l'enseignant exploite les ressources pour orchestrer son action didactique. La genèse documentaire permet donc d'expliquer le passage d'une ressource en un document chez un enseignant. Dans notre projet, nous désirions étudier le passage de l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève en tant que ressource pédagogique en un document, c'est-à-dire par une approche d'enseignement visant le développement du potentiel mathématique de l'élève et intégrée dans la pratique d'enseignement d'une enseignante.

Nos objectifs de recherche sont alors de :

1) Repérer et décrire les schèmes d'utilisation mis en œuvre dans le processus d'instrumentation des enseignantes lors de l'intégration des ressources pédagogiques liées au développement du potentiel mathématique dans leur pratique d'enseignement.
2) Repérer et décrire les schèmes d'utilisation mis en œuvre dans le processus d'instrumentalisation des enseignantes lors de l'intégration des ressources pédagogiques liées au développement du potentiel mathématique dans leur pratique d'enseignement.

5. MÉTHODOLOGIE

Afin de réaliser notre projet, nous avons choisi l'étude de cas comme approche de recherche afin d'étudier de manière détaillée et approfondie notre phénomène. Nous avons sélectionné une enseignante ayant participé à la formation continue en se basant sur le fait qu'elle et son groupe de travail ont construit par elles-mêmes leur situation d'apprentissage et que cette enseignante verbalisait beaucoup sa pensée. Nous avions donc beaucoup de données riches la concernant. Pour réaliser notre étude, nous avons, à partir des verbatim des enregistrements (planification de la situation d'apprentissage, séance de classe dans laquelle se déroule la situation d'apprentissage conçue, entrevue semi-dirigée en groupe de travail, retour réflexif portant sur l'expérimentation de la situation d'apprentissage, retour réflexif portant sur les principes didactiques et entrevue semi-dirigée individuelle) et de la situation d'apprentissage sous format papier telle que présentée aux élèves, construit des catégories conceptualisantes dans le but d'identifier des classes d'invariants opératoires (une composante du schème) chez l'enseignante. Lorsque les catégories étaient soutenues par plusieurs extraits dans au moins deux phases de recueil des données (discours avant, pendant ou après l'expérimentation), nous l'avons sélectionnée comme invariant opératoire. Nous avons ensuite reformulé les invariants opératoires sous la forme de schèmes, c'est-à-dire comprenant une règle d'action et un ou des buts. Nous avons alors distingué les schèmes d'instrumentation de ceux d'instrumentalisation et avons confronté nos analyses avec les auteurs de l'approche de développement du potentiel mathématique afin d'assurer la validité de nos analyses. Nous avons également présenté nos résultats d'analyse à l'enseignante afin de vérifier si les schèmes que nous avons ressortis lui semblaient en cohérence avec sa pratique d'enseignement.

6. RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

Dans la situation d'apprentissage construite par l'enseignante et son groupe de travail, les élèves devaient décomposer un nombre de différentes façons à partir de petits cartons sur lesquels des nombres étaient symbolisés par leurs écritures décimales et à l'aide de blocs. Plusieurs objectifs étaient poursuivis par cette situation : faire voir qu'il y a plusieurs façons d'écrire un même nombre, montrer que les décompositions peuvent être en relation avec la forme orale du nombre ainsi que mettre en relation la forme écrite du nombre avec sa forme symbolique en quantité. Lors de l'analyse a priori de la situation, nous avons relevé plusieurs caractéristiques de celle-ci soient la possibilité de validation intrinsèque, son ouverture, la forme de « jeu », l'usage des interactions entre les élèves et l'absence de formalisme mathématique tel les symboles d'addition et d'égalité. L'identification de ces caractéristiques au regard de l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève nous a permis de constater que la situation d'apprentissage concrétisait les principes #1, #2, #4, #6, #8 et #9 de cette approche.

Pour ce qui est de l'analyse de la pratique d'enseignement, nous avons ressorti les schèmes suivant chez notre enseignante :

-Schème #1 : L'enseignante exploite la validation intrinsèque pour permettre le dépannage lors d'élèves en obstacle «puisqu'ils pourront partir de ce qu'ils connaissent».

-Schème #2 : L'enseignante exploite la variété de solutions offertes par la situation pour offrir à chaque élève un défi à sa mesure et favoriser leur engagement cognitif.

-Schème #3 : L'enseignante exploite les interactions sociales pour favoriser les apprentissages et l'engagement cognitif.

-Schème #4 : L'enseignante pose des questions ouvertes aux élèves afin de muler leur réflexion, faire verbaliser leur réflexion et «observer leur réflexion».

-Schème #5 : L'enseignante se détache du symbolisme mathématique et des «tâches habituelles ou ordinaires» afin de déstabiliser les élèves et de favoriser leur compréhension du nombre.

Pour nous, le schème #1 est un schème du processus d'instrumentation puisqu'il est lié au principe #8 portant sur l'exploitation d'une médiation pertinente. Le schème #2 fait pour nous partie autant du processus d'instrumentation que du processus d'instrumentalisation. D'une part, l'ouverture est liée au principe #2 qui porte sur les connaissances différenciées et d'autre part, le sens de défi qui augmente en complexité et qui est à la portée des élèves permet, selon nous et les auteurs de l'approche, de développer le potentiel mathématique de l'élève et résulte donc du processus d'instrumentalisation puisqu'il prolonge l'approche. Pour sa part, le schème #3 est un schème du processus d'instrumentation puisqu'il est en lien avec le principe #4 sur la mise en place de situations qui favorisent les interactions sociales.

Le schème #4 résulte d'un processus d'instrumentalisation puisqu'il permet de développer le potentiel mathématique de l'élève, mais ne découlent pas directement des principes didactiques. Finalement, le schème #5 résulte du processus d'instrumentation étant donné qu'il est lié au principe #9 qui est d'encourager les connaissances personnelles avant les savoirs homologués.

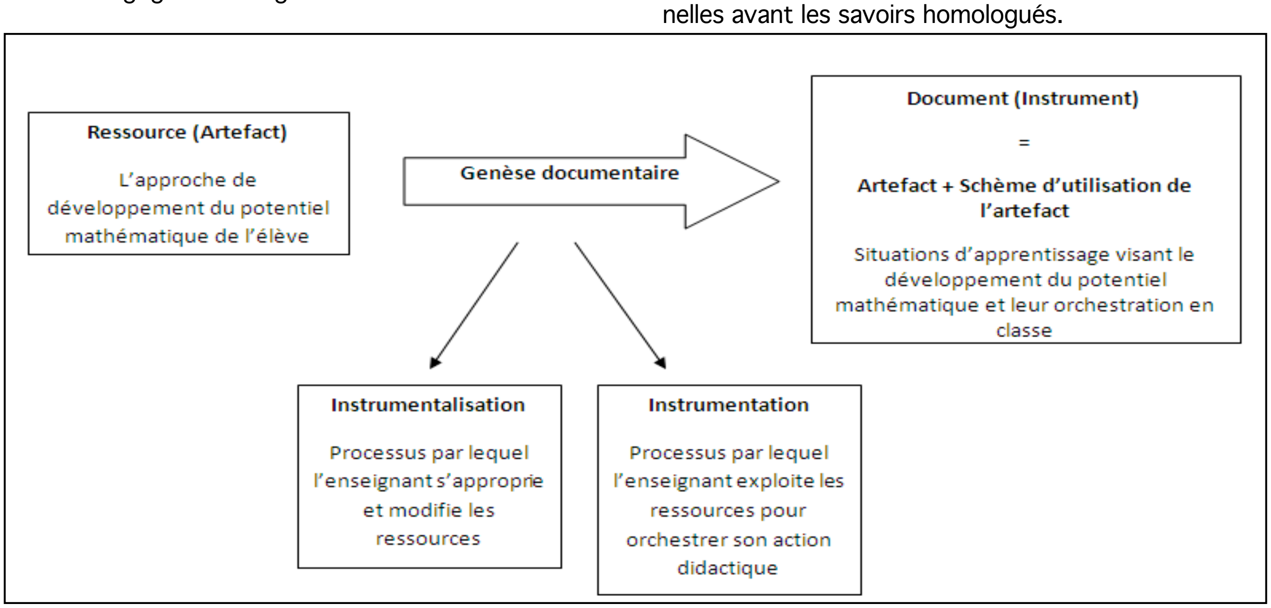


Fig. 2 : Opérationnalisation du cadre de référence

Les résultats présentés ci-haut nous permettent de conclure que l'enseignante par le biais de la planification de la situation d'apprentissage, de son orchestration en classe et de son discours à la suite de l'expérimentation de la situation en classe est en processus d'intégration de cette approche dans sa pratique d'enseignement. De manière ponctuelle, nous avons relevé les schèmes de l'enseignante liés à l'approche de développement du potentiel mathématique. L'entrevue individuelle réalisée environ un an après la formation, a permis à l'enseignante de valider et nuancer nos résultats ce qui nous permet de nous prononcer sur l'appropriation de l'approche de développement du potentiel dans le temps plutôt que ponctuellement.

De cette entrevue s'est dégagé le fait que l'enseignante, dans sa pratique actuelle, essaie de mettre en œuvre certains principes didactiques qui lui semblent plus faciles à exploiter dans son contexte de classe, considérant ses contraintes d'enseignement ainsi que ses caractéristiques professionnelles personnelles. Dans cette entrevue, l'enseignante a affirmé que ce qui avait retenu le plus son attention lors de la formation et ce qu'elle retient toujours est d'offrir des situations où tous les élèves sont capables de se rendre aussi loin qu'ils le peuvent (dans leurs apprentissages) par rapport à ce que chacun est capable de faire. Cette affirmation et la confrontation de nos résultats avec l'enseignante nous permettent de dire que bien que certains principes didactiques semblent moins exploités ou pas du tout exploités dans la pratique actuelle d'enseignement de l'enseignante, cette dernière est toujours dans un processus de genèse documentaire de l'approche de développement du potentiel mathématique dans sa pratique.

En effet, de manière ponctuelle lors de la formation, l'enseignante a montré qu'elle a entamé des modifications dans sa pratique d'enseignement en construisant certains schèmes d'instrumentation et d'instrumentalisation en lien avec l'approche de développement du potentiel mathématique de l'élève et que ces modifications continuent de faire leur chemin dans sa pratique d'enseignement bien que certains aspects soient moins exploités.

7. CONCLUSION

L'approche documentaire du didactique de Gueudet et Trouche (2008) est une approche récente qui permet d'étudier le développement professionnel des enseignants par le biais de leur travail sur des ressources pédagogiques, travail au cœur de leur métier. L'intégration de nouvelles ressources dans les pratiques d'enseignement permet en effet d'étudier le développement professionnel des enseignants qui, généralement, intègrent de nouvelles ressources pour résoudre des problèmes d'enseignement, actualiser ou encore diversifier leur enseignement. Bien que les recherches montrent que les pratiques d'enseignement sont difficiles à modifier, par chance, elles ne sont pas immuables. C'est pourquoi nous invitons ainsi la communauté scientifique à se pencher sur la question de l'intégration de ressources dans les pratiques d'enseignement.

BIBLIOGRAPHIE

AVRAMIDIS, E., BAYLISS, P. ET BURDEN, R. (2000). StudentTeachers' Attitudes Towards the Inclusion of Children with Special Educational Needs in the Ordinary School. *Teaching and Teacher Education*, *16*, 277-293.

BRODEUR, M., DEAUDELIN, C. ET BRU, M. (2005). Introduction : Le développement professionnel des enseignants : apprendre à enseigner pour soutenir des élèves. *Revue des sciences de l'éducation, 31*(1), 5-14.

BOOTH, T., AINSCOW, M., BLACK-HAWKINS, K., VAUGHAN, M., & SHAW, L. (2000). *Index for inclusion.* Bristol: Centre for Studies on Inclusive Education.

DEBEURME, G. ET JUBINVILLE, S. (2006). Interventions concertées novatrices entre enseignants et orthopédagogues. *Vie pédagogique, 136.* Document téléaccessible à l'adresse http://www.viepedagogique.gouv.qc.ca/numeros/139/vp139_Cle_eleves_risques.pdf

DEBEURME, G. ET NOOTENS, P. (2006). Pour l'inclusion de l'élève en difficultés langagières : quels besoins chez l'enseignant? *Revue francophone de la déficience intellectuelle, 15*, 41-55.

GARET, M.S., PORTER, A.C., DESIMONE, L., BIRMAN, B.F. ET SUK YOON, K. (2001). What makes professional development effective? Results from a national sample of teachers. *American Educational Research Journal, 38*(4), 915-945.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC (2004). *La formation à l'enseignement. Les orientations, les compétences professionnelles.* Québec : Gouvernement du Québec.

GUEUDET, G. ET TROUCHE, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs communautés. Le cas des mathématiques. *Éducation et Didactique, 2*(3), 1-28.

GUEUDET, G. ET TROUCHE, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. *In* G. Gueudet et L. Trouche (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 57-74). Rennes : Presses universitaires de Rennes.

KALAMBOUKA, A., FARRELL, P T., KAPLAN, I ET DYSON, D. (2005). *The impact of population inclusivity in schools on student outcomes: Review conducted by the Inclusive Education Review Group*. London: EPPI-Centre.

MAERTENS, F. ET BOWEN, F. (1996). Attitudes et changement des attitudes du personnel enseignant envers l'intégration des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage. *Revue canadienne de psychoéducation*, *25*(1), 41-59.

PARENT, G., FORTIER, R. ET BOISVERT, D. (1993). Perception des enseignants du primaire quant à l'intégration en classe ordinaire des enfants handicapés et en difficulté d'adaptation et d'apprentissage. *Revue francophone de la déficience intellectuelle*, *4*(2), 177-197.

PIAGET, J. (1967). *Biologie et connaissance : essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs*. Paris : Galimard

RABARDEL, P. (1995). Qu'est-ce qu'un instrument? Appropriation, conceptualisation, mises en situation. Document téléaccessible à l'adresse :

http://www.cndp.fr/archivage/valid/13420/13420-1126-1194.pdf .

RABARDEL, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *In* M. Bailleul (dir.), *Évolution des enseignants de mathématiques ; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques* (p. 203-213). Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Caen : ARDM.

RODITI, E. (2006). Une formation pour la pratique et par la pratique : des hypothèses sur la formation continue. *In Actes du colloque EMF. L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*. Document téléaccessible à l'adresse : http://eroditi.free.fr/Professionnel/Communications/2006%20EMF/Actes_EMF-2006_Roditi.pdf

SCHUMM, J.S. ET VAUGHN, S. (1992). Planning for Mainstreamed Special Education Students : Perceptions of General Classroom Teachers. *Exceptionality*, *3*(2), 81-98.

SOKHNA M. (2006). *Formation continue à distance des professeurs de mathématiques du Sénégal : genèse instrumentale de ressources pédagogiques.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Montpellier II, France.

VERGNAUD, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. *In* R. Noirfalise et M.J. Perrin (dir.), *École d'été de didactique des mathématiques.* (p.174-185). France: Clermont-Ferrand IREM.

VERGNAUD G. (2000) *Constructivisme et psychologie des mathématiques*. Communication présentée au 7e congrès international de psychothérapie constructiviste, Genève, 20-23 septembre

VERGNAUD G. (2005) Repères pour une théorie psychologique de la connaissance. *In* A. Mercier et C. Margolinas (Dir.), *Balises en didactique des mathématiques, Cours de la XIIème École d'Eté de didactique des mathématiques.* (p. 123-136). Grenoble : La Pensée Sauvage.

VÉRILLON, P. ET RABARDEL, P., (1995). Cognition and Artefact: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education, 9*(3), 1-33.

Travailler autrement la planification de situations d'enseignement/apprentissage mathématiques en formation initiale à l'enseignement au primaire

Souleymane Barry, Université du Québec à Chicoutimi

RÉSUMÉ

Ce dont il s'agit dans ce texte, c'est de rendre compte d'une réflexion critique issue de mon questionnement sur une façon (assez répandue de l'avis de plusieurs collègues) de travailler la planification de situations d'enseignement / apprentissage mathématiques en formation initiale à l'enseignement au préscolaire et primaire. Je me penche sur un modèle particulier de planification proposé à mes étudiants (par exemple durant les stages) pour en souligner quelques limites. Je propose ensuite un modèle alternatif de planification qui est plus en phase avec ma perception de ce que devrait être l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Mon modeste propos, à travers la réflexion que je livre ici, est de sensibiliser (davantage) les collègues didacticiens des mathématiques à l'importance de nous attaquer à ces outils de planification auxquels nos étudiants sont exposés et qui ne semblent pas tenir compte suffisamment, à mon avis, des résultats issus de différents travaux menés dans notre domaine, tels ceux portant sur les pratiques effectives en classe (Hache et Robert, 1997; Roditi, 2003) et qui éclairent à la fois sur différentes conceptions de la classe par les praticiens enseignants et différentes façons de faire fréquenter les mathématiques aux élèves.

INTRODUCTION

À l'université du Québec à Chicoutimi (UQAC), mes interventions sont pour le moment circonscrites aux deux seuls cours de didactique des mathématiques au primaire[1] offerts aux étudiants du baccalauréat en enseignement au préscolaire-primaire. Dès la session d'hiver 2009 (ma deuxième session comme professeur à l'UQAC), j'ai senti la nécessité d'adapter subtilement [2] mes interventions à la réalité à laquelle je faisais face et qui m'interpellait doublement : des contenus mathématiques à faire apprivoiser davantage (un devoir d'accompagnement ici); des perceptions (voire un rapport) problématique de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques chez les étudiants (un désir ici de changer leur vision du travail de l'élève, de l'enseignant). Pour atteindre mes objectifs, le travail de planification de situations prévu à l'intérieur des cours m'est apparu très vite comme un levier efficace pour faire réfléchir les étudiants sur les deux aspects susmentionnés. Mais, il fallait compter avec le modèle de planification suggéré aux étudiants dans leur guide de stage, et qu'ils avaient à raison en tête pour réaliser les planifications que j'allais leur demander d'adapter subtilement[3] mes interventions à la réalité à laquelle je faisais face et qui m'interpelait doublement : des contenus mathématiques à faire apprivoiser davantage (un devoir d'accompagnement ici); des perceptions (voire un rapport) problématique de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques chez les étudiants (un désir ici de changer leur vision du travail de l'élève, de l'enseignant). Pour atteindre mes objectifs, le travail de planification de situations prévu à l'intérieur des cours m'est apparu très vite comme un levier efficace pour faire réfléchir les étudiants sur les deux aspects susmentionnés. Mais, il fallait compter avec le modèle de planification suggéré aux étudiants dans leur guide de

[1] Le premier cours de «didactique de la mathématique au primaire» est offert à la session d'hiver aux étudiants de 3e année qui poursuivent, à la session d'automne suivante avec le second cours de didactique de la mathématique qui s'avère le dernier dans leur cursus. Ces cours sont structurés autour de compétences professionnelles à développer chez les étudiants (telles «concevoir», ou «piloter» des situations d'apprentissage et d'enseignement), et ce, en lien avec les différents contenus mathématiques à aborder aux trois cycles du primaire (le cours didactique I est axé sur les cycles 1 et 2, alors que le cours didactique II est centré sur le cycle 3).

[2] Cette dimension «stratégique» m'habite depuis que je travaille avec des étudiants ayant un rapport souvent négatif aux mathématiques (Barry, 2010). J'y reviens dans la section 2 : «vers un modèle alternatif de stage».

[3] Cette dimension «stratégique» m'habite depuis que je travaille avec des étudiants ayant un rapport souvent négatif aux mathématiques (Barry, 2010). J'y reviens dans la section 2 : «vers un modèle alternatif de stage».

stage, et qu'ils avaient à raison en tête pour réaliser les planifications que j'allais leur demander[4].

I. DU MODÈLE ISSU DU GUIDE DE STAGE

Un cadre/modèle de référence en question

Sans tomber dans la caricature, le cadre de référence sous-jacent au modèle de planification proposé (en fait, il est plus que suggéré) dans le guide de stage est celui de la psychologie cognitive. Plus précisément, c'est le modèle de «l'enseignement stratégique» (Tardif, 1992) qui donne une cohérence au canevas proposé aux étudiants. Ainsi, on y trouve une insistance, entre autres, sur l'importance de l'activation des connaissances antérieures (lors de la phase de préparation), du modelage (lors de la phase de réalisation) et du transfert (lors de la phase d'intégration). N'est-ce pas là, une perspective très singulière sur l'apprentissage et l'enseignement? Sans me livrer ici à une critique du cadre de référence emprunté à Tardif (1992), je trouve réducteur l'idée de connaissances à activer en début d'apprentissage, à certains égards contraire à l'idée de construction des connaissances la notion même de modelage, et plus que discutable l'idée de transfert. Ce qui me questionnait davantage et continue de me questionner, c'est l'absence de toutes ces perspectives épistémologiques et didactiques qui avaient participé à forger mon identité de chercheur, telles le constructivisme de Guy Brousseau, la cognition située de Jean Lave, l'« enaction » de Varela, etc. Ne devais-je pas exposer mes étudiants à d'autres cadres de référence, au risque de voir le modèle de l'enseignement (et de l'apprentissage) stratégique s'ériger comme LE modèle ou LE cadre de référence? C'est ce que j'allais entreprendre!

Un format de planification en question

S'il était clair que je ne voulais pas de la psychologie cognitive comme cadre de référence (à tout le moins comme seul cadre de référence) au travail de planification que j'envisageais pour mes étudiants, je ne voulais pas non plus que le compte rendu qu'ils avaient à faire de ce travail de planification soit sous la forme d'un tableau à deux colonnes (rôle de l'élève, rôle de l'enseignant) et trois lignes (correspondant aux trois phases de préparation, réalisation et intégration). Ce format m'incommodait d'autant plus qu'il n'encourageait pas, ne faisait pas de place aux développements, aux élaborations. Il s'agit d'un format certes pratique, qui n'a pas la souplesse du rapport écrit argumenté invitant à la réflexivité, à la délibération. J'allais donc demander un rapport écrit d'au moins sept pages, en lieu et place du tableau standard[5] de planification.

II. VERS UN MODÈLE ALTERNATIF DE PLANIFICATION

Mon objectif était donc arrêté. Je voulais faire planifier autrement des situations/séquence d'enseignement. En fournissant aux étudiants : 1) un modèle différent; 2) en leur demandant un rapport de planification qui n'est pas un tableau. Il restait à trouver l'approche, la bonne approche : y aller stratégiquement (ou subtilement) pour éviter des levées inutiles de boucliers, à la fois dans le fond et dans la forme. Vous allez voir comment, dans ce qui suit.

Faire planifier différemment, dans le fond

Ici, j'aborde les dispositions stratégiques que j'ai prises pour amener mes étudiants, tranquillement (sans donner l'impression de tout chambouler), à planifier «autrement».

Un préambule court mais nécessaire

Tout d'abord, je prends soin de motiver et de relativiser l'idée même de «modèle» de planification. Je définis alors un modèle de planification comme un canevas au service de l'enseignement, ou encore comme un ensemble de balises pour aider à créer des conditions favorables d'apprentissage. Je m'empresse d'indiquer aux étudiants que le modèle sur lequel nous nous appuyons pour planifier n'est aussi pas neutre, dans la mesure où il véhicule (explicitement ou implicitement) une conception de l'apprentissage et de l'enseignement. Je les

[4] J'ai pointé ici un écueil important. Mais, il y a bien d'autres, telle la référence à certains styles d'apprentissage («je suis visuel», comme aiment le dire plusieurs étudiants en bute à une idée ou un concept mathématique qu'ils ont du mal à se représenter tel que j'en parle, voire tel que je l'«illustre»). À vrai dire, avant ou parallèlement aux cours de didactiques des mathématiques que mes étudiants ont à suivre avec moi, ces derniers ont été exposés dans divers cours et contextes à plusieurs idées (certaines par la suite tenaces) sur l'enseignement et l'apprentissage qui déterminent leur plus ou moins grande réticence à mes idées.

[5] À cet égard, pour «vendre» la chose à mes étudiants, je leur indique qu'il y a des plateformes ou des outils informatiques permettant d'élaborer des planifications très similaires à ce qu'on obtient en se limitant aux tableaux de planification. Que peut-on faire de différent, de complémentaire? C'est la question à laquelle je les invite à réfléchir.

invite par la suite à réfléchir au sens qu'ils donnent à apprendre (est-ce mémoriser? Reproduire fidèlement? Appliquer? Construire? Réinventer?), et par conséquent enseigner (est-ce faire mémoriser? Faire pratiquer? Faire découvrir? Faire réinventer?) (Davis, 2004). Je fais tout ce qui précède (définir, commenter, questionner) très rapidement, conscient que ce préambule va laisser plusieurs étudiants songeurs (voire dubitatifs) tant et aussi longtemps que je ne leur dis pas ce que cela veut dire «concrètement». Ce que je fais, en leur présentant puis en commentant le modèle de planification qu'ils auront à suivre dans le cadre des cours de didactique de la mathématique au primaire.

Du modèle utilisé dans les cours de didactique

Le modèle de planification suivant est le premier que j'ai proposé à mes étudiants, à la session d'hiver 2009. Il s'agit d'une adaptation personnelle d'un modèle élaboré par Van de Walle et Lovin (2007).

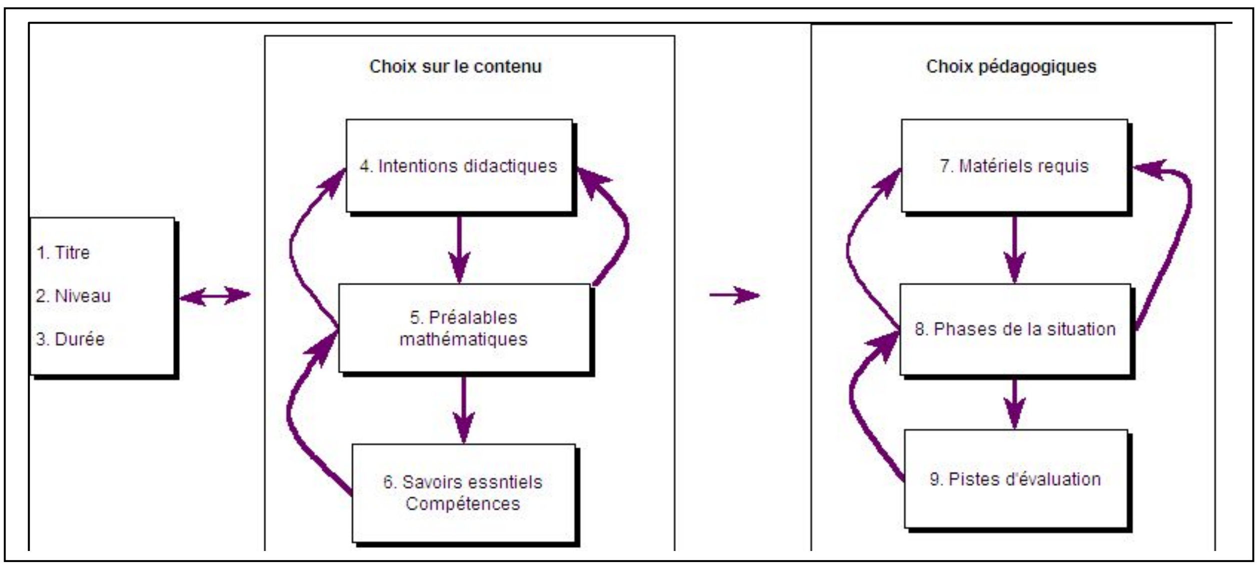


Figure 1 : 1ère version du modèle de planification

Comme on peut s'en apercevoir, le modèle précédent suggère deux moments importants : un premier (le plus important pour les auteurs) où l'enseignant ou le futur enseignant se penche sur les notions/compétences mathématiques que les élèves doivent apprendre/développer; et un second moment (relié) où il est question des décisions ou choix pédagogiques qui vont affecter la conduite effective de la classe (quels matériels? Quelles activités à chacune des étapes de préparation, réalisation et intégration?) et l'évaluation des apprentissages réalisés par la suite (même si ici il n'est demandé que de fournir des pistes d'évaluation[6]). Ce modèle a donc été présenté aux étudiants comme complémentaire au modèle de stage, avec une centration sur le rôle de l'enseignant[7].

Après deux sessions d'essai, le modèle suivant *(page suivante)* a été proposé pour préciser certaines étapes du premier modèle. C'est le modèle exploité actuellement dans mes deux cours de didactique de la mathématique au primaire.

[6] Le volet évaluation sera détaché du modèle, et d'autres types de travaux sont proposés (surtout dans le second cours de didactique) pour traiter en profondeur sur cette question complexe de l'évaluation.

[7] Les premiers tableaux de planification que je lisais, avait une colonne «rôle de l'élève» où on pouvait lire des choses du genre «l'élève est attentif», «l'élève suit les consignes». Etc. J'avais donc sous cette colonne une liste générique d'attitudes, de dispositions qui permettraient des apprentissages optimaux. Si ce n'était que cela, je n'aurai pas de malaise. Ce qui me questionnait, c'est le peu de choses mises sous l'autre colonne dénommée «rôle de l'enseignant», comme dans une sorte de fuite en avant où on laissait tout à la charge des élèves. Je voulais corriger cette impression. Les étudiants devaient donc, dans leur planification, élaborer sur leur rôle, et advenant qu'ils veuillent parler des élèves, je les inviter surtout à essayer d'anticiper des obstacles et difficultés dans l'apprentissage des contenus ciblés.

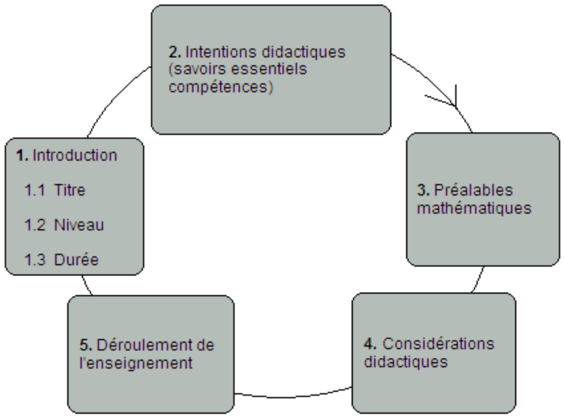


Figure 2 : 2e version du modèle de planification

D'abord que les activités ou situations à exploiter avec les élèves (étape 5), doivent être choisies en fonction des intentions didactiques poursuivies (étape 2). Même après le premier cours de didactique de la mathématique au primaire, le compte rendu initial que certains étudiants me font de leur début de planification se résume en la phrase suivante : «voici nos activités!» Je n'ai de cesse de leur répondre alors : «quelles intentions travaillez-vous avec ces activités? Vos situations permettent-elles de travailler, d'atteindre les intentions que vous vous êtes fixées?». J'insiste beaucoup sur la formulation de ces intentions didactiques[8], en termes à la fois des savoirs essentiels (ou notions mathématiques) prescrits[9] par le programme de formation et des compétences à développer. À propos des compétences, elles sont seulement déclinées à la suite des notions mathématiques visées à travers la planification, et ce, pour contrer les «discours creux» auxquels j'avais droit quand les étudiants partaient des compétences comme si ces dernières étaient une fin en soi! La détermination de ces intentions exige donc une réflexion sérieuse sur les savoirs mathématiques à construire et les compétences mathématiques à développer. Ensuite, avec ce modèle, je veux également que les étudiants réalisent que les activités ou situations doivent être analysées minimalement (je ne vais pas jusqu'à leur demander des analyses *a priori* exhaustives) pour : anticiper les aspects de ces situations qui pourraient poser problème aux élèves (étapes 4 et 5), imaginer des stratégies possibles d'élèves, identifier des difficultés et des interventions ajustées.

Faire planifier différemment, dans la forme

Une simulation en classe pour bonifier la planification

Le travail de planification comporte un volet de simulation en classe avec le but avoué de bonifier les planifications. Les étudiants et moi-même (certes dans une moindre mesure) nous mettons dans la peau d'élèves pour donner un «feedback» aux équipes quant au réalisme à la fois de la durée prévue pour la réalisation des activités ainsi que de la complexité pour les élèves de ces activités. Aussi, les présentations sont évaluées à l'aune de critères explicites : maîtrise des notions abordées (exemples, sens, etc.); intégration d'éléments liés à l'apprentissage et à l'enseignement (difficultés d'apprentissage, stratégies gagnantes, etc.); pertinence des activités (cohérence par rapport aux finalités, intérêt suscité, etc.); et bien sûr la clarté de la présentation (qualité du PowerPoint[10], débit oral, vocabulaire utilisé, enchaînement des parties).

Un rapport écrit plutôt qu'un
tableau à remplir…avec des puces

La dernière étape consiste à produire un rapport écrit de planification, à la lumière de l'évaluation de la présentation faite en classe. Il s'agit d'un texte écrit d'au moins sept pages (annexes non comprises), dans un format différent de la présentation Powerpoint, et dans lequel les étudiants ont à dé-

[8] Depuis la session d'hiver 2011, j'ai institué en amorce au travail de planification, l'écriture d'une *ébauche* de planification que je leur demande d'étoffer au meilleur de leur connaissance et en prenant appui sur des textes didactiques que je leur fourni et portant sur leur sujet (déterminé par tirage au sort en début de session). L'examen de ces ébauches me permet donc de valider et de préciser les intitulés des intentions, mais aussi de commenter le contenu des autres étapes. Ici, je me mets volontiers dans une posture de co-construction avec les équipes des finalités à poursuivre à travers ces planifications. Je peux certainement dire que je planifie avec eux, je construis avec eux les situations. Surtout, je le fais plus volontiers, convaincu du travail énorme que j'exige d'eux et de la complexité du type de planification que je veux qu'ils réalisent.

[9] À propos de prescription, j'ai eu par moments des échanges houleux avec certains étudiants qui tenaient à ce que je m'en tienne strictement au programme et au document ministériel sur la progression des apprentissages mathématiques au primaire. En effet, il m'arrive de leur demander de laisser la prescription de côté pour faire explorer certains apprentissages aux cycles suivants voire au début du secondaire. Par exemple, pourquoi s'arrêter en si bon chemin dans l'étude des triangles quand il est possible d'aborder (sans le dire), certaines des propriétés remarquables du triangle, telles la propriété de la droite des milieux, ou encore le théorème de Pythagore? Je motive ces «escapades» en leur disant qu'ils doivent en savoir bien plus que leurs élèves!

[10] Pour uniformiser les supports PowerPoint, un «Template» est fourni aux étudiants, et après les présentations tous les PowerPoint sont revus et corrigés avant d'être déposés sur le site du cours. La production de PowerPoint n'est pas notée, mais elle aide certainement les équipes à préparer l'écriture du rapport final.

velopper toutes les parties de la planification (notamment les deux dernières parties du modèle de planification : «considérations didactiques» et «déroulement de l'enseignement»). La rédaction de ce rapport est plus ou moins aisé pour les étudiants qui doivent surtout tenir compte de mes commentaires sur les points à préciser, retravailler en lien avec ce qu'ils ont donné à voir et entendre lors de leurs présentations, mais à l'occasion aussi en lien avec les commentaires que j'avais faits sur les ébauches[11]

QUELQUES ENSEIGNEMENTS TIRER, APRÈS PLUSIEURS MISES À L'ESSAI

D'emblée, il faut préciser que je n'ai pas encore procédé à une évaluation systématique[12] du travail de planification réalisé par mes étudiants à l'intérieur des deux cours de didactique de la mathématique au primaire. Cependant, j'ai documenté minimalement cet aspect de la planification dans le but de faire quelque peu le point et de voir quelle suite donner au modèle que je propose. Ce bilan révèle deux constats majeurs que j'expose dans les sections suivantes.

Des idées, approches persistantes

Après deux cours avec moi, je continue de noter à travers les simulations en classe et surtout les rapports écrits remis par les étudiants, la référence à l'«exposition explicite de connaissances», le recours à la transmission directe comme forme privilégiée d'enseignement. Donc, beaucoup d'étudiants veulent «donner de la matière». Aussi, plusieurs étudiants tiennent au «modelage» comme à la prunelle de leurs yeux! Ils veulent «montrer» aux élèves comment faire. À cet égard, le terme de «leçon» traduit bien, à mon avis, ce qu'ils projettent de faire comme enseignants. Enfin, je note encore ici et là, des stéréotypes en lien avec les fameuses phases ou étapes de préparation (équivalent à «rappeler des connaissances»), réalisation (synonyme de «préciser les consignes»), intégration (équivalent à «corriger ou vérifier les bonnes réponses»). Seulement une entreprise de plus longue haleine permettrait de déconstruire ces stéréotypes.

Une amorce de changements auprès de quelques étudiants

Heureusement, il y a bien des choses positives dans le travail de planification que je fais faire à mes étudiants, et je me dois de mentionner une amorce de changements à plusieurs égards. En effet, ils sont nombreux à s'attarder davantage aux intentions d'apprentissage (étape 2), à s'efforcer de préciser les intentions didactiques, surtout lorsque le programme de formation ou les progressions d'apprentissage sont évasifs là-dessus. Par exemple, certains sont surpris de découvrir, après la planification, tout ce que recouvre que le concept d'«estimation», d'«expérience aléatoire», le sens «partie d'un tout» de la fraction, et j'en omets volontiers. Plus fondamentalement, je note une plus grande capacité à voir les lacunes des manuels qu'ils arrivent grandement à combler en exploitant les textes didactiques que je leur fourni. Les étudiants ont une grande tolérance[13] aux textes didactiques et plusieurs en redemandent !

CONCLUSION

Je pourrai conclure de plusieurs façons, par exemple en considérant les autres interventions que j'entrevois avec les cohortes à venir dans mes cours de didactique, telle accorder plus de place

[11] Certains étudiants sont persévérants, et continuent d'ignorer, depuis leur ébauche, certaines de mes observations. Dans ces cas, je dois décider du moment opportun où il faut les «sommer» (pour ainsi dire) de tenir compte de ces observations, au risque de donner l'impression que je les critique publiquement. Normalement, j'interviens très peu lors des présentations, mais il m'arrive de «taper sur la table» lorsqu'une équipe risque d'induire délibérément en erreur toute la classe en affirmant des «faussetés» mathématiques ou didactiques. Mais, j'avoue que je dois composer avec des choses ignorées ici et là par les étudiants, un «résidu» de choses que je reprends et développe comme cela me convient lors d'une période de retour sur toutes les planifications que j'ai fini par instituer. Lors de ce retour sur les présentations, à la toute fin, j'amène les étudiants à percevoir les limites de certaines présentations en leur posant des questions sur ces dernières et dont les réponses ne se trouvent nulle part sur les PowerPoint leur servant de notes de cours. De cette façon, encore ici subtilement, je les amène à compléter certaines présentations avec des éléments que j'indique, certains de ces éléments se trouvant dans leur recueil de textes pour les planifications.

[12] Je suis entrain de réfléchir à un devis de recherche qui me permettrait de documenter la façon dont je travaille la planification dans mes cours. Il y a certainement un aspect intéressant de mon rôle de formateur-chercheur que cette recherche aiderait à mettre en évidence ou à clarifier.

[13] À tel point que je n'ai pas hésité à la session d'automne 2011 de proposer des textes de réflexion sur l'enseignement et l'apprentissage, dont un texte sur les pratiques effectives d'enseignement des mathématiques, avec le but avoué de leur parler de ce qui se passe effectivement dans les classes, à côté de ce qu'ils peuvent effectivement voir ou faire en stage…et qu'ils aiment dès fois me servir en réplique quand je suis en désaccord avec eux : «je l'ai fait dans ma classe de stage et ça fonctionne». Parfait, mais si on réfléchissait aux pratiques d'autres enseignants? À d'autres possibles? Une piste de recherche que j'envisage est de m'attarder aux pratiques effectives d'enseignement des mathématiques au primaire, en collaboration avec des enseignants associés ou d'expérience, et ce, pour élargir l'horizon (incluant de planification) de nos étudiants. Un tel projet miserait sur les éclairages respectifs des formateurs-chercheurs e n didactique des mathématiques (comme moi) et des enseignants d'expérience pour mieux préparer nos étudiants en formation à la réalité complexe de l'enseignement.

aux analyses *a priori*[14] des situations à construire. Toutefois, je bouclerai cette réflexion en convoquant les recherches portant sur les pratiques effectives d'enseignement (Hache et Robert, 1997; Roditi, 2003) que je n'ai mentionné que dans le résumé. Ma rencontre avec les textes portant sur ces recherches a été une source de persévérance dans le travail que je faisais en ce sens que ces travaux validaient certains de mes essais. J'illustrerai mon propos avec ici deux références. Tout d'abord, Hache et Robert (1997) se sont penchés sur les discours en classe des enseignants et sur les manières dont ces enseignants «font fréquenter» les mathématiques aux élèves. À cet égard, ils parlent d'«univers mathématiques» contrastés que les enseignants peuvent construire allant d'un cas de figure où les enseignants donnent directement beaucoup d'informations et sollicitent très peu les élèves (un univers de type «manuel animé» ou «mathématiques animées»), à la situation où les enseignants, par leurs discours, transforment les mathématiques qu'ils présentent aux élèves, questionnent plus ces derniers et en viennent à élaborer des activités plus élaborées que celles qu'on trouve dans les manuels (un univers de type «mathématiques commentées»). Le propos de Hache et Robert est très parlant eu égard aux attitudes de certains de mes étudiants durant la planification de situations ou lors des simulations en classe de situations d'enseignement, l'enjeu étant pour eux de se positionner clairement entre deux univers contrastés, voire deux façons fort différentes de faire fréquenter les mathématiques aux élèves. Dans mon travail d'accompagnement, j'essaie de peser de tout mon possible (je l'espère durablement) sur la balance en faveur des mathématiques dites commentées. Pour les rassurer, car certains même s'ils y croient se sentent tellement loin de cet univers, je leur dis qu'ils doivent en faire un projet de développement professionnel et aspirer avec l'expérience à œuvrer à construire un tel univers dans leurs futurs classes. Ceci m'amène à ma deuxième référence aux recherches portant sur les pratiques effectives d'enseignement et je parlerai de Roditi (2003).

En effet, ce dernier dans une étude sur les pratiques effectives d'enseignement des nombres décimaux de quatre enseignants du début du secondaire, nous invite à réfléchir à deux caractéristiques qui distinguent les praticiens mais surtout qui ont des effets différents sur les apprentissages des élèves. Une première de ces caractéristiques porte sur les modes d'intégration (phase d'intégration) : avec le mode «déclaration» (l'enseignant présente les savoirs mathématiques alors que ces savoirs n'ont jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe), le mode «apport» (ici l'enseignant énonce des savoirs qui répondent à un problème posé en classe mais qui n'a pas été résolu par les élèves), et le mode «bilan» (l'enseignant institutionnalise les savoirs construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe). On l'aura deviné, c'est ce dernier mode (et non le mode déclaration) que je veux promouvoir à la fois dans ma propre façon d'animer mes cours de didactique (j'y reviendrai tantôt), mais aussi en accompagnant mes étudiants aux différentes étapes de la planification (ébauche de planification, simulation en classe, rédaction du rapport final de planification). La seconde caractéristique qui distingue les pratiques des enseignants et leur donnent une certaine cohérence a trait à deux conceptions différentes de la classe : la classe vue comme un «lieu d'exposition et d'application du savoir» (avec une telle conception, l'enseignant expose tôt les savoirs, propose aux élèves surtout des activités d'application, et relance très peu l'activité des élèves); la classe vue comme un «lieu de construction du savoir» (avec cette optique, l'enseignant privilégie le mode bilan lors du retour sur les apprentissages, propose surtout aux élèves des activités de recherche et relance beaucoup l'activité des élèves) (Roditi, 2003, p. 212). Encore une fois, à la lumière de mon propos tout le long de ce texte, on ne devrait pas s'étonner que je promeuve une conception de la classe vue comme lieu de construction (et non d'exposition) du savoir mathématique, par un parti pris délibéré pour les activités de recherche, une institutionnalisation tardive (certes pas trop tardive), et une invitation de toutes les secondes lancée à mes étudiants à relancer différemment[15], le plus souvent, l'activité des élèves.

[14] Les «analyses-matières» dirait une collègue de la Belgique!

[15] J'invite le lecteur intéressé à lire le texte de Roditi (2003) où il aborde la notion d'«incidents» et présente cinq techniques différentes de relance pour aider à gérer les incidents qui surviennent en classe :

Voilà! J'espère être parvenu à convaincre de l'utilité du type de planification que je fais faire à mes étudiants. Je suis convaincu qu'en les faisant planifier comme je l'ai décrit dans les lignes précédentes, non seulement je leur fais planifier différemment mais surtout que je leur fais fréquenter différemment les mathématiques ainsi que leur enseignement. Ultimement, et ce pour être conforme aux messages que je «prêche» dans ces cours de didactique, je n'ai pas le choix que de donner à mes étudiants la possibilité de voir et d'entendre une pratique de formation dans laquelle les contenus de formation sont «commentés», où je les relance énormément, au risque d'agacer tous ceux qui ne démordent pas d'une conception de la classe que je ne partage pas. Pour ces étudiants, j'ai beau être «subtile», «stratégique», ils rament à contre courant et je ne désespère pas jusqu'au bout (pendant deux sessions) de les voir amorcer une réflexion critique sur ce qu'est apprendre et donc enseigner les mathématiques au primaire.

«changer» d'intervenant; «guider» l'élève pour qu'il fournisse la réponse attendue, «faciliter» la tâche, «demander un approfondissement» de la réponse; «reprendre» la réponde fournie de façon neutre.

BIBLIOGRAPHIE

BARRY, S. (2010). De l'art de ramer à contre courant et de la diffusion des résultats de recherche en didactique des mathématiques. In J. Proulx, L. Gattuso (Eds.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (pp. 193-197). Sherbrooke : Éditions du CRP.

DAVIS, B. (2004). *Inventions of Teaching. A Genealogy*. Mahwah, N.J: L. Erlbaum Associates.

HACHE, C. et ROBERT, A. (1997). Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait «fréquenter» les mathématiques à ses élèves pendant la classe? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 17*(3), 103-150.

RODITI, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23*(2), 183-216.

TARDIF, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique : l'apport de la psychologie cognitive*. Montréal : Éditions Logiques.

VAN DE WALLE, J. A. et LOVIN, L. H. (2007). L'enseignement des mathématiques. L'Élève au centre de son apprentissage (tome 1). Québec : ERPI.

Une recherche action particulier : la recension des règles et des habitudes des élèves du primaire en mathématiques

Lucie Deblois, Université Laval

RÉSUMÉ

Cet article porte une réflexion sur un projet de recherche. Le projet en question vise à documenter un des phénomènes de la relation enseignement-apprentissage des mathématiques : les règles que les élèves élaborent et les habitudes qu'ils ont développées, en particulier lorsque ces derniers manifestent des troubles du comportement (désorganisation, retrait, évitement). Des expérimentations ont été réalisées avec des élèves du 1ecycle du primaire. D'autres expérimentations sont prévues pour des élèves du 2e cycle du primaire (2011-2012) et du 3e cycle du primaire (2012-2013). Nous présenterons quelques exemples de médiation et l'état d'avancement de nos analyses pour situer la didactique du formateur par rapport à celle attendue par le formé.

LE CONTEXTE

Le rapport de l'ADEREQ (2009) fait état d'une augmentation du taux de diplomation à la maîtrise lorsque sont comparés les cohortes 1993, 1997 et 2002. Les universités québécoises sont passées de 66,8 % à 69,1 % alors que les universités hors Québec affichent un taux de diplomation passant de 77 à 78% pour la même période (notamment à cause du taux élevé en Ontario). Cela indique que plus de 30% des étudiants inscrits à la maîtrise au Québec, plus particulièrement dans les universités francophones, abandonnent leurs études. Selon que les étudiants soient inscrits à la maîtrise avec cours ou à la maîtrise avec recherche, le taux d'abandon représente respectivement 24% et 31% des étudiants inscrits au Québec (ADEREQ, 2009). Mes observations me conduisent à reconnaître que lorsque nos étudiants à la maîtrise abandonnent leurs études, ils sont prêts à réaliser leurs expérimentations. L'ADEREQ établit une corrélation entre la durée des études et la diplomation. De plus, la difficulté de financement pourrait expliquer l'abandon des étudiants à la maîtrise. Enfin, un autre problème est identifié par les employeurs. Les diplômés ne manifestent pas le sens pratique attendu et «les compétences organisationnelles, communicationnelles, relationnelles, réflexives et personnelles nécessaires pour rencontrer les exigences des situations de travail actuelles et futures.» (2009 : 18). L'opportunité de réaliser une recherche à partir d'une subvention de la fondation de l'Université Laval m'a conduit à expérimenter un encadrement différent.

J'ai élaboré une recherche action qui permet de répondre à un besoin important du milieu scolaire : l'intervention auprès d'élèves éprouvant des difficultés de comportements à l'école. Actuellement, une adaptation de l'environnement physique de l'élève est privilégiée, par exemple, en diminuant la quantité de matériel mis à sa disposition ou en aménageant son environnement immédiat (bureaux espacés). À d'autres occasions une adaptation de son environnement social est privilégiée, Par exemple, en attribuant des récompenses pour certains comportements attendus ou en développant de modèles d'entraide entre les pairs (DeBlois et Lamothe, 2005). Nous avons choisi de concevoir des médiations, en regard de ce type de réaction d'élève, médiations qui privilégient une adaptation cognitive (DeBlois, 2010). Ce type de médiation permet de développer une sensibilité à l'égard des conditions dans lesquelles les élèves réalisent leurs productions pour répondre à la question : Peut-on intervenir autrement en classe?

Cette recherche vise donc à cerner les règles et les habitudes développées par les élèves qui font des mathématiques. La question de recherche a donc été posée et proposée aux étudiants. Les objectifs de ce projet de recherche-action sont établis ainsi et annoncés aux étudiants: 1) Identifier les règles et les habitudes des élèves lors de réactions d'évitement, de désorganisation ou de retrait; 2) Repérer les caractéristiques des tâches qui étaient proposées à ces moments; 3) Cerner les relations entre les caractéristiques des tâches, les pratiques enseignantes et les règles et les habitudes des élèves; 4) Modéliser le développement de ces règles et de ces habitudes sur les 3 cycles du primaire pour développer des modèles de médiation entre l'élève et l'enseignante, particulièrement

en suivant son parcours universitaire, de s'approprier un cadre théorique en réalisant ses analyses. En effet, habituellement, l'étudiant à la maîtrise élabore sa question et ses objectifs de recherche à partir de l'élaboration personnelle de son cadre théorique.

2 - UN ENCADREMENT PAR UNE RECHERCHE-ACTION

2.1 Le contrat didactique : un cadre théorique pour analyser les particularités de la tâche

Le contrat didactique est défini par Brousseau dès les années 1980. À cette occasion, différents effets de contrat sont précisées : effet Topaze, glissement métacognitif, paradoxe du comédien. Rappelons comment un effet de contrat peut influencer le climat de la classe. Un élève doit identifier la valeur du chiffre 3 dans le nombre 52,3[1]. Devant la distraction de l'élève, l'enseignante lui demande de se mettre à la tâche. L'élève lit son problème, puis s'arrête. L'enseignante lui rappelle qu'il s'agit de la même chose que la veille. L'élève relit le problème et trouve une réponse correcte. Par la suite, l'élève doit identifier la valeur du chiffre 5 dans le nombre 17,45. Il lit le nombre, puis fixe son crayon. Cinq minutes s'écoulent. Nous interprétons cet événement comme une manifestation d'un comportement d'évitement. L'enseignant demande à l'élève de lire le problème et de dire ce qu'il ne comprend pas. L'élève explique que c'est difficile. L'enseignant donne une méthode de travail en précisant «Trouve la position des nombres pour connaître leur valeur». L'enseignant demande à quelle position est le 5 dans le nombre 17,45. Pas de réponse de la part de l'élève. L'enseignant lui dit que le 5 est à la position des centièmes puis

lorsque l'élève se désorganise, se retire ou évite la difficulté. Cet article veut préciser l'influence des conditions posées par le fait que la question de recherche et les objectifs de recherche soient formulés par la professeure plutôt que par l'étudiant comme cela se fait habituellement en science de l'éducation. Le défi devient celui de permettre à l'étudiant, que nous appellerons étudiant/enseignant puisqu'il peut enseigner

le quitte, ce qui manifeste du paradoxe du comédien. L'élève regarde le nombre et se remet en position d'attente. L'enseignant revient mécontent. L'élève ferme son cahier et se remet à jouer avec son crayon. Les conditions d'une confrontation entre l'enseignant et l'élève sont en place.

Cet exemple montre la difficulté à intervenir en classe sans une interprétation particulière des phénomènes de la classe. Le contrat didactique permet de porter une attention particulière au «discours intérieur » de l'élève qui se désorganise ou évite l'apprentissage. Ce discours fait intervenir les habitudes et les règles qui se sont développées durant l'ensemble de sa scolarité pour répondre aux attentes de l'enseignant. Ainsi, l'exemple précédent montre que l'élève adopte un comportement d'évitement. Dans ce cas, un enseignant qui demande à l'élève ce qu'il connaît du nombre, ce qu'il croit devoir faire utilise le savoir comme tremplin de l'échange plutôt que le comportement *social* pour réaliser une intervention. Il devient alors possible de contourner la confrontation entre les deux partenaires et de diriger l'attention sur la tâche à réaliser. En intervenant de manière à cerner les attentes des élèves, l'enseignant ajoute donc à son éventail d'interventions des adaptations de nature cognitive.

Ce projet de recherche-action conduit à interpréter les comportements d'évitement ou la désorganisation des élèves comme la manifestation de ses attentes. Une situation d'enseignement est souvent basée sur des routines et des rituels pour favoriser la mobilisation des connaissances par l'élève et une forme de sécurité (Giddens, 1987). Ainsi, certains apprentissages sociaux favorisent les apprentissages cognitifs. Toutefois, lorsqu'un élève s'attend à devoir utiliser une connaissance et qu'il est confronté à l'échec de son fonctionnement (procédure ou connaissance), il peut réagir

[1] Je tiens à remercier Caroline Gagné et Isabelle Savage pour les exemples qu'elles ont acceptés de partager.

en l'évitant ou en se désorganisant plutôt qu'en exprimant sa surprise ou son étonnement. Nous interpréteront cet évitement ou cette désorganisation comme étant une manifestation de la rupture d'un contrat didactique. L'hypothèse mise à l'épreuve est donc: Certains élèves se désorganisent car leurs apprentissages se désorganisent. Ce cadre théorique est donc proposé aux étudiantes/enseignantes qui expérimenteront des médiations dans une classe.

2.2 Les règles et les habitudes des élèves

Les règles élaborées par les élèves et les habitudes développées sont le plus souvent implicites. Ces règles et ces habitudes alimentent la façon dont les élèves pensent que la connaissance s'articule dans une tâche. Elles contribuent à définir le rôle qu'ils croient devoir jouer mais aussi le rôle auquel ils s'attendent de l'enseignant. Beaulac et DeBlois (2007) ont pu repérer certaines habitudes développées par des élèves du 1^{er} cycle de secondaire en difficulté d'apprentissage. Par exemple, la longueur habituelle d'une équation ou la présence de problèmes dont la solution est un nombre décimal plutôt qu'un nombre entier conduit l'élève à remettre en question sa solution. Mary, (2003) observe comment les paroles d'introduction d'une enseignante sont interprétées comme des consignes pour réaliser une tâche.

Dans le cas où les élèves utilisent un symbolisme particulier, leur apprentissage s'appuie souvent sur des règles qui sont associées aux symboles. Par exemple, Beaulac et DeBlois (2007) ont observé un élève qui réfléchit sur une équation algébrique : Si tu en enlèves d'un bord..., il faut bien que t'en enlèves... c'est comme la règle... ». L'espace plus grand ou plus petit laissé pour inscrire une réponse sur sa feuille ou encore l'utilisation des lettres pour commencer à résoudre un problème algébrique plutôt que l'illustration qui favorise une première représentation de la tâche sont autant d'exemples de règles élaborées par les élèves compte tenu du contrat didactique qui se noue dans la classe.

Le concept de contrat didactique permet donc de s'attarder aux contenus mathématiques à partir desquels travaillait l'élève au moment où son comportement est devenu inacceptable. Il permet pour poser des hypothèses à l'égard des règles et des habitudes des élèves afin de dénouer l'impasse dans laquelle ils se trouvent. C'est ainsi que l'étudiante/enseignante interprète les ruptures du contrat didactique pour provoquer un apprentissage. Enfin, Beaumont (2003) illustre le développement du processus de crise en décrivant cinq phases. Les médiations se situent au moment de l'agitation avant l'escalade.

3 – LA MÉTHODE DE RECHERCHE

L'expérimentation s'étalera sur 3 ans, une année pour chacun des cycles. Une fois par semaine l'étudiante, qui est aussi enseignante, développe une médiation autour d'un comportement d'évitement ou de la désorganisation d'un élève de sa classe. Chaque médiation sera d'une durée approximative de 15 à 30 minutes. À la fin d'un mois, quatre réactions d'élèves auront été médiatisées. Sur une période de 4 mois, 16 réactions d'élèves

Beaumont, C. (2003, p. 2)

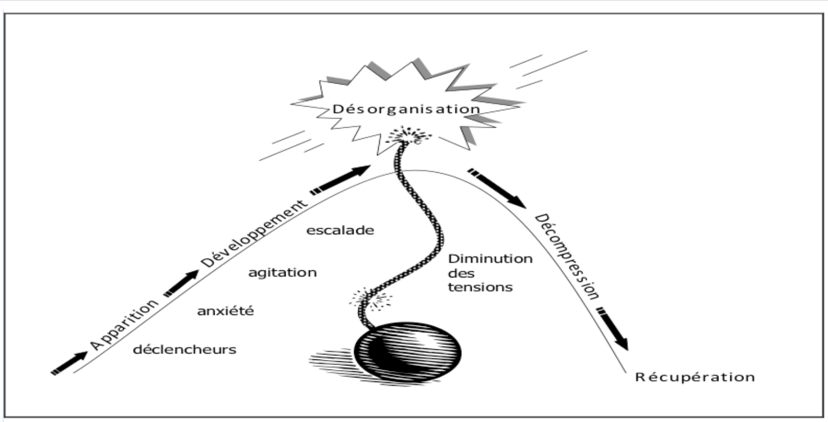


Figure 1. Cinq phases du processus de crise

auront été investiguées pour chacun des cycles. À la fin des trois années, 48 réactions d'élèves auront été médiatisées à travers les 3 cycles.

Nous avons privilégié l'expression médiation pour exprimer une entrevue spécifique. En effet, il s'agit d'intervenir dans la classe, sur une tâche *en cours* au moment où une manifestation de désorganisation surgit. Il s'agit alors de questionner les élèves sur les règles et les habitudes qu'ils ont développées par des questions comme: Raconte-moi ce que tu as essayé, ou encore, raconte-moi ce que tu pensais; 2) À quoi te fait penser ce problème? Afin de s'assurer de comprendre le point de vue de l'élève, d'évaluer l'écart entre les représentations que l'élève se fait de la tâche et celles qui sont exigées ou encore pour se donner un peu de temps pour se projeter dans la poursuite de l'intervention, certaines interventions sont prévues : Écouter l'explication de l'élève et sa façon de concevoir la situation pour identifier les règles et les habitudes, reformuler les explications de l'élève, cerner comment cette tâche est différente de celles déjà traitées pour déterminer le domaine de validité d'une connaissance, identifier les attentes respectives; proposer un contre-exemple par l'introduction d'un élève fictif.

3.1 La préparation aux médiations

L'étudiante/enseignante qui a réalisé les médiations durant l'année 2011 a senti le besoin de formuler les questions de façon précise (avant, pendant et après les médiations). Des questions à poser sont organisées en huit catégories :

Attitude relativement à la résolution de problème

1. Quand tu fais des résolutions de problème, que fais-tu en premier? Qu'as-tu souligné (à poser seulement si c'est ce que l'élève a fait)?
2. Quand tu lis le problème, que vois-tu dans ta tête? À quoi te fait penser ce problème?
3. Quels sont les trucs que ton enseignante te donne?

Lorsque l'élève a terminé la résolution de problème

1. Montre-moi comment tu as fait pour arriver à ce dessin (raconte-moi ce que tu as essayé). Raconte-moi ce que tu pensais. Explique-moi ta démarche.
2. Raconte-moi ce que tu as essayé. Raconte-moi ce que tu pensais.
3. Comment as-tu fait pour trouver cette réponse?
4. Est-ce la seule méthode que tu peux utiliser pour résoudre le problème? Quelles autres méthodes aurais-tu pu utiliser?
5. Quelle (s) opération (s) as-tu eu à faire dans tes calculs? Explique-moi comment tu as fait pour savoir quelle (s) opération (s) tu devais utiliser pour faire tes calculs.

Compréhension de la question

1. Que comprends-tu de cette question (ce que l'on cherche à trouver)?
2. Comment as-tu fait pour dégager ce qui est important dans cette question? Et ce qui ne l'est pas?

Repérage des informations ou données importantes pour le problème

1. Montre-moi comment tu as fait pour trouver ces réponses. Comment as-tu fait pour savoir ce que tu devais faire?

2. Explique-moi à quoi ça sert d'encercler ces données (si cela a été sa procédure, adapter au besoin la formulation de la question).

Repérage des informations ou données non pertinentes pour le problème

1. À partir de quoi peut-on dire si une donnée est importante ou non?
2. Montre moi ce que tu as biffé. Explique-moi ce que tu as fait pour trouver que ces données ne sont pas pertinentes pour le problème (si l'élève a utilisé cette procédure, sinon ne pas la poser).
3. ***Si l'élève souligne des données non pertinentes
4. Un ami de l'autre classe n'a pas encerclé cette donnée. Qu'en penses-tu?
5. Il m'a aussi expliqué que, parfois, certaines données ne sont pas utiles, comme celle des 14 carottes dans ce problème. Comment a-t-il fait pour trouver cette réponse? Qu'en penses-tu?
6. Selon toi, pour quelles raisons n'a-t-il pas résous le problème comme toi?

Traces de la démarche

1. Quelle méthode est la plus rapide à utiliser? Explique-moi les raisons de cette efficacité.

Conclusion

1. Quand tu résous des problèmes mathématiques, comment te sens-tu?
2. Quels sont les trucs que tu te donnes avant de résoudre un problème? Et pendant?
3. Comment as-tu fait pour dégager ce qui est important dans la question posée? Et ce qui ne l'est pas ?

Cette planification lui a permis de se préparer «à l'imprévu». En outre, un cours portant sur les difficultés d'apprentissage des élèves lui a permis de se familiariser avec les difficultés que les élèves peuvent éprouver dans la classe. L'enregistrement vidéo des médiations se réalise avec une caméra de type FLIP. Ces entrevues sont ensuite transcrites en verbatim.

3.2 Alternance du résumé à l'interprétation

L'étape des analyses exige de s'approprier un cadre théorique qui permet d'aller au-delà de l'anecdote. C'est ainsi que certaines questions permettent de réaliser un résumé des éléments importants de la médiation. Des questions sont proposées pour amorcer le processus d'analyse de l'enseignante/étudiante: 1) Que faisait cet élève lorsqu'il manifesta une réaction? 2) Quel type de réaction est apparu (retrait, évitement...)? 3) Comment cette tâche est-elle différente ou semblable à celles qu'il a déjà traitées? 4) Qu'a-t-il compris de la tâche? 5) Quel apprentissage a été réalisé? 6) Comment? Toutefois, l'analyse exige d'aller au-delà du résumé. C'est ainsi que la lecture des travaux d'autres chercheurs ont pu contribuer à ce travail.

Les travaux de Garcion-Vauter (2003) articulent les enjeux sociaux aux enjeux d'apprentissage de la classe de maternelle (temps, espace, jeu des échanges, moments des transitions, usage de certains symboles qui pourront devenir objet mathématique). Une attention portée aux transitions «dévolution-régulation-institutionnalisation» (Brousseau, 1983; Butlen, 2011) sont aussi des concepts-clés qui sont surtout utilisés au moment de l'analyse. Enfin, Dencuff (2010) attribue 3 rôles aux élèves de la classe : l'enfant, l'élève et l'apprenti. Elle utilise la notion de schémas, développés par les sciences cognitives, pour interpréter les actions ou les réactions des acteurs de la classe. Le partage de certaines conventions, souvent implicites, permettrait à l'enfant de se donner une représentation de ce qu'est «être un bon élève» et «être un bon apprenant». Ainsi, l'élève est un acteur social qui répond aux attentes institutionnelles et sociales. L'apprenant (appelé l'apprenti dans le modèle de Dencuff) entretient des attentes par rapport au savoir spécifique à l'étude. Cette distinction entre l'élève et l'apprenant permet de comprendre que lorsque l'enseignant et l'élève échangent au niveau des attentes sociales, le risque est grand de se confronter sur des manières d'être en classe. Toutefois, lorsque les échanges de l'enseignant et de l'élève se développent sur la base de certaines règles ou habitudes liées à l'apprentissage, c'est la rupture du contrat didactique qui suscitera un apprentissage.

Les expérimentations et les analyses permettent à l'étudiante/enseignante de repérer les déclencheurs des médiations. Lorsque les élèves travaillent seuls, l'un semble perdu, regardant sa feuille sans réagir. Dans un autre cas, l'élève joue avec ses crayons de couleurs. Un troisième ne se met pas au travail alors que les autres élèves terminent. Devant un travail d'équipe, un élève regarde les autres enfants sans participer. Il parle de tout et de rien. Les analyses conduisent à reconnaître que les moments de transition semblent provoquer une difficulté à entrer dans la tâche.

L'analyse des médiations, quant à elle, permet de reconnaître l'influence des expériences d'apprentissage antérieures des élèves. C'est ainsi la fabrication d'un mètre en carton sur lequel on y voit le dessin d'une girafe devient un obstacle à la reconnaissance de l'unité de mesure conventionnelle qu'est le mètre. La «girafe» est considérée comme une unité de mesure conventionnelle. L'analyse d'une deuxième activité permet de constater qu'un autre élève ne dénombre que les jetons de sa couleur préférée, comme lorsque l'enseignante du degré précédent proposait d'utiliser le matériel de son choix pour réaliser son activité.

Un approfondissement de cette analyse permet d'étudier le processus «dévolution-régulation-institutionnalisation» de la situation en jeu. C'est ainsi qu'il est possible d'observer que la grandeur des nombres et leur ordre dans l'énoncé influencent la sélection de l'opération. En effet, placé devant la tâche suivante «Mélanie a 8 raisins. Elle mange 2 raisons. Combien lui en reste-t-il?», l'élève explique «on fait un moins [parce que] 2 [est] placé après 8. Toutefois, il dessine 8 cercles puis ajoute 2 cercles. Le dénombrement des 10 cercles le mène à revoir le sens de l'illustration et à faire des x sur 2 des 10 cercles, oubliant toutefois que l'ajout de 2 jetons n'est pas annulé pour autant. Cette analyse contribue à cerner les difficultés de l'institutionnalisation. L'apprentissage d'une méthode de travail se superpose à celui de la soustraction, l'enjeu du problème.

4 - LA DIDACTIQUE DU FORMATEUR PAR RAPPORT À CELLE ATTENDUE PAR LE FORMÉ

Ce type d'encadrement inverse celui habituellement adopté en science de l'éducation. C'est ainsi que le formé ressent la nécessité de s'approprier un cadre théorique et de lire des recherches pour répondre aux besoins de la recherche. En effet, c'est l'analyse des expérimentations réalisées qui permet l'appropriation d'un cadre théorique. Ce dernier devient nécessaire à la lecture des phénomènes recueillis. Toutefois, ce type d'encadrement exige un suivi régulier du travail d'analyse. En effet, les premières analyses sont plus descriptives qu'interprétatives. Toutefois, ce type de difficulté apparaît régulièrement quel que soit l'encadrement proposé. En outre, la présentation des résultats partiels lors d'un congrès contribue à approfondir l'appropriation de ce dernier puisque la vulgarisation des résultats obtenus devient pertinente.

La didactique du formateur devient ainsi un support aux besoins du formé. Cette didactique n'anticipe plus les difficultés qui seront rencontrées pour les éviter, mais elle les mets en scène. Dans ces conditions les attentes du formé, dans ce cas l'enseignante/étudiante, portent sur la manière d'interpréter les médiations portant sur un contenu disciplinaire pour en extraire de nouveaux objets de connaissance. Ces attentes provoquent ainsi une décentration de leurs conceptions des mathématiques et de leur enseignement et par conséquent, de leur posture d'ancien élève et d'enseignant (DeBlois, 2012). Nous pourrions supposer que la réalisation de stages durant leur formation initiale atteindra les mêmes visées. Toutefois, le type d'encadrement vécu durant les stages ne se réalise pas dans un contexte de recherche, mais bien d'évaluation des interventions. La recherche permet donc au formé de se situer dans une démarche durant laquelle tout n'est pas connu, mais doit être nommé. Ces exigences créent un contexte qui modifie les attentes du formé et du formateur, mais qui pourrait maintenir la motivation à terminer son cheminement.

BIBLIOGRAPHIE

BEAULAC, S., DEBLOIS, L. (2007). Accompagner l'élève dans l'évolution de sa compréhension de la démarche algébrique. Dans *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne.* Collection Synthèse. Édition Bande Didactique. 167-195.

BEAUMONT, C. (2003) L'intervention en situation de crise à l'école primaire. *Document de formation*, Université de Sherbrooke, 11 pages.

DEBLOIS, L. (2012). Réaction 1 au texte d'Héléna Osana et de Vanessa Rayner. De l'ancien élève à l'enseignant : Quel parcours. *La formation mathématique des enseignants*. Sous la direction de Claudia Corriveau, Jérôme Proulx et Hassane Squalli .Éditions Presses Université du Québec. 314-319.

DEBLOIS, L. (2010). Peut-on lire les troubles de comportement autrement? *Bulletin du CRIRES*. Nouvelles CSQ. 21-24.

DEBLOIS, L. (2008) Un autre joueur dans la classe de mathématique : le contrat didactique. *L'élève en grande difficulté : Contextes d'interventions favorables*. Éditeurs : Julie Myre Bisaillon et Nadia Rousseau. Collection Éducation. Recherche. Presses de l'Université du Québec. Québec. 193-211.

DENCUFF, MARIE-PIERRE (2010). *L'Éducation dans la presse: la représentation de l'institution et de ses pratiques.* Thèse de doctorat. Université Aix-Marseille.

GIDDENS, A. (1984). *The constitution of society*, Cambridge: Polity Press

Jeux de rôles pour préparer à enseigner les mathématiques au primaire : Intentions des formateurs et impressions de futurs maîtres

Caroline Lajoie et Jean-François Maheux,
GREFEM – Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques

RÉSUMÉ

Depuis les années 2000, suite à une vaste consultation auprès de différents partenaires du monde de l'éducation, le développement de compétences professionnelles est placé au cœur de la formation des maîtres. On parle ainsi de la nécessité, pour l'enseignement, d'un « savoir-agir » en contexte qui permette de réaliser des interventions appropriées au développement de l'élève. Cette compétence professionnelle déployée en contexte réel « se manifeste par un savoir-agir réussi, efficace, efficient et récurrent » et « exige que, dans le vif de l'action, la personne compétente sache interpréter les exigences et les contraintes de la situation, sache identifier les ressources disponibles » et les utiliser (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 45-52).Cette visée de professionnalisation pose un défi important aux formateurs universitaires. En effet, leurs approches donnent souvent l'impression d'un écart entre théorie et pratique qui conduit les étudiants à dévaloriser les apprentissages autres que ceux réalisés en stage (Perrenoud et al., 2008; Miklos et Greene, 1987). Nos observations comme formateurs au sein du programme de baccalauréat en *Éducation Préscolaire et Enseignement Primaire* (EPEP) de l'UQAM confirment un besoin pour des activités mieux articulées à la pratique de l'enseignement des mathématiques.

C'est dans cette optique qu'une approche par « jeux de rôles » a été introduite à l'UQAM dans le cours *didactique de l'arithmétique au primaire* (Lajoie et Pallascio, 2001). Utilisé à des fins de formation professionnelle (Mucchiellli, 1983), le « jeu de rôles » demande que les apprenants se glissent dans la peau de personnages vivant une situation donnée, et agissent comme ils croient que ces personnages le feraient. Similaire à d'autres approches de formation inspirées des arts de la scène, le jeu de rôles n'est pas une pure improvisation. Un travail de préparation et une réflexion individuelle et collective (avant et après) conduisent les étudiants à réfléchir sur les personnages et les situations, et à identifier des difficultés et des interventions possibles. Ils en apprennent alors sur ceux-ci tout en exerçant leurs habiletés à mettre en œuvre ces connaissances dans l'action elle-même.

La situation suivante illustre le type de mises en situations présentées aux étudiants dans le cadre de leur cours de didactique de l'arithmétique.

> Dans votre classe de deuxième cycle, un de vos élèves explique que « ¼ » se dit « un tiers » car il s'agit de « la moitié de la moitié ».
>
> En analysant le raisonnement possible de l'élève, préparez-vous à interagir comme enseignant et comme élève. Pour ce faire, inspirez-vous des articles suggérés [préalablement lus à la maison] en relation avec l'apprentissage des fractions, référez-vous au travail fait en classe sur les erreurs liées aux fractions, et utilisez le matériel didactique de votre choix.

La mise en situation est proposée aux étudiants (placés en équipes de quatre) afin de se préparer pour le Jeu. Les étudiants examinent les contenus mathématiques en jeu dans la situation, font ressortir les raisonnements sous-jacents possibles, imaginent des moyens d'intervenir en tant qu'enseignant et tentent d'anticiper les réactions de l'élève. Lors du jeu lui-même (qui dure 5-10 minutes), l'étudiant jouant l'enseignant expérimente ce qui a été préparé dans son équipe, mais doit également s'adapter à ce qui vient de l'étudiant-

élève, qui provient d'une autre équipe et qui aura souvent compris la situation différemment. Une phase de retour collectif (avec le formateur) permet ensuite de discuter des « bons » et « moins bons » points de ce qui a été joué et de voir d'autres pistes, ce qui aide également les étudiants à préparer, jouer et discuter de la prochaine situation.

Des études ponctuelles ont révélé le potentiel de cette approche, suggérant que les étudiants pourraient y acquérir diverses compétences (Lajoie et Pallascio, 2001; Lajoie, 2009, 2010). On peut reconnaître dans les Jeux de rôles une activité de formation permettant le passage de la position d'étudiant universitaire à celle d'enseignant (Deblois et Squalli, 2002), de même que le développement de savoir-agir de l'ordre d'un savoir-mobiliser en contexte d'action professionnelle (Maheux et Lajoie, 2011). Les étudiants-maîtres, quant à eux, émettent des avis partagés relativement aux apprentissages réalisés dans ce cadre (Lajoie et Pallascio, 2001), ce qui contraste assez fortement avec l'intérêt généralement manifesté par les étudiants pour ce type d'approche (e.g. Sungurtekin et al. 2009).

UNE ÉTUDE PILOTE SUR LES JEUX DE RÔLES

En tant que formateurs utilisant les Jeux de rôles, l'observation de certaines réticences chez les étudiants à qui l'on fait vivre l'activité nous questionne depuis un long moment. Au cours de l'année 2010-2011, nous avons démarré une étude-pilote visant à mieux comprendre comment les Jeux de rôles vécue par les étudiants eux-mêmes. Au terme du cours *Didactique de l'arithmétique au primaire*, nous avons distribué à deux groupes d'étudiants (une centaine au total) un questionnaire écrit visant à connaître leurs impressions. Nous examinerons ici les réponses fournies à certaines des questions en les contrastant avec les intentions qui nous amènent à recourir aux jeux de rôles dans notre pratique de formation. Nous comparerons en quelque sorte les réponses fournies par les étudiants à ces questions à celles que nous pourrions fournir nous-mêmes à titre de formateurs, et ce en vue de mieux saisir certains enjeux liés à cette approche. En guise de conclusion, nous énoncerons quelques éléments de réflexion en regard du dialogue possible entre les perceptions des uns et des autres.

LES JEUX DE RÔLES : INTENTIONS ET FORMATEURS

Dans le cadre d'un travail récent autour de la question de l'articulation entre formation didactique et pratiques enseignantes (GREFEM, 2012), nous nous sommes penchés sur le dispositif de jeux de rôles dans le but de comprendre comment l'activité, telle que vécue dans nos classes, permet d'éclairer les liens entre ces deux éléments. A posteriori, il s'en dégage un portrait de nos intentions comme formateurs, dont le thème principal pourrait s'énoncer ainsi :

INTENTION GÉNÉRALE : *Articuler la formation didactique à la pratique enseignante, et ce de l'intérieur même de cette formation en mettant les étudiants dans le contexte simulé mais réaliste d'une approximation de la situation de classe*.

De manière plus spécifique, nous avons identifié cinq composantes pour cette intention générale, que les paragraphes suivants présentent brièvement.

Une première composante se dégage surtout de l'analyse de la phase de « mise en situation » des Jeux de rôles :

<u>COMPOSANTE 1</u> : *Amener les étudiants-maîtres à imaginer une situation réaliste à partir d'éléments provenant de classes réelles, en lien direct avec le travail de l'enseignant... mais qui n'en est pas !*

Cette composante articule formation et pratique par le biais d'une mise en situation qui se veut *réaliste*, en ce sens qu'elle *pourrait* se poser dans une classe du primaire. Les concepts mathématiques en jeu sont des concepts enseignés au primaire et l'activité mathématique sur laquelle se penchent les étudiants-maîtres (concepts, approches, situations) correspondent à ce qui est prévu dans le contexte du travail avec des élèves du primaire. Enfin, les productions qu'ils examinent et sur lesquelles ils vont intervenir sont souvent des transcriptions de « vraies » productions d'élèves. En revanche, nous ne plaçons pas véritablement les étudiants en situation d'enseignement avec des élèves, et nous ne le prétendons pas non plus. Cette distance nous permet, entre autres, de présenter aux étudiants des situations sur lesquelles ils peuvent, a priori, n'avoir que peu de moyens d'intervenir : c'est en fait un des éléments clé de l'approche comme lieu de formation. Bref, nous cherchons à amener les étudiants à réaliser qu'ils ont à intervenir dans le cadre d'un tel contexte, et donc à préparer et jouer le Jeu dans cet esprit… sans toutefois avoir véritablement à faire face à des élèves.

Une seconde composante est particulièrement identifiable à la phase de « préparation » du jeu :

COMPOSANTE 2 : Rapprocher les étudiants-maîtres des moments qui précèdent l'intervention en classe afin d'anticiper l'inconnu tout en s'appropriant des ressources qui seront les leurs… mais en situation privilégiée (i.e. avec leurs pairs, autour de ressources choisies, etc.).

Au cours de la phase de préparation, on demande en effet aux étudiants-maîtres de se projeter dans la pratique, d'anticiper ce qui pourrait se passer, en sachant qu'ils devront peut-être quelques instants plus tard agir, à l'étape du jeu lui-même, comme le ferait un enseignant ou un élève dans sa classe. Ceci est possible en partie par le fait que les étudiants ne savent pas s'ils auront à jouer un rôle, ni lequel. Ils doivent donc anticiper les questions qui pourraient être posées et les réponses qui pourraient être données (par l'enseignant ou l'élève !), considérant donc plusieurs avenues. De plus, des ressources sont mises à leur disposition (e.g. un article portant sur l'analyse d'erreurs en arithmétique, du matériel de manipulation, une série d'erreurs communes…). Cependant, cette préparation n'est pas calquée sur la préparation typique d'un enseignant en exercice, qui dispose rarement des erreurs qui surgiront en classe, qui prépare peu souvent ses interventions avec des collègues (et sous la supervision d'un didacticien/formateur), qui n'est pas forcé de justifier ses choix, qui n'a pas toujours des ressources ciblées mises à sa disposition pour préparer son enseignement, et qui n'a sans doute pas l'habitude de se mettre dans la peau d'un élève. En composant ces éléments, notre intention est donc d'articuler formation et pratique en visant le développement d'intervention éclairées, d'improvisation informée... une véritable préparation pour l'action, mais réalisée dans des circonstances facilitantes.

En suivant de la même manière les phases suivantes, nous avons identifié deux composantes, liée au Jeu lui-même :

COMPOSANTE 3 : Placer les futurs maîtres dans un contexte où ils doivent intervenir avec et sur une difficulté, un raisonnement, une question d'élève qui le relance… en présence et pour le bénéfice de collègues dont l'un (ou, à l'occasion, plusieurs) joue le rôle de l'élève qui cherche à comprendre, expliquer, etc., et en respectant certaines attentes sur les modalités de cette intervention

COMPOSANTE 4 : Permettre aux futurs maîtres d'assister à la production, aussi réaliste que possible, d'une interaction entre un élève et un enseignant au moment d'une intervention visant à faire progresser l'élève… en prenant note de ce qui leur semble plus ou moins réussi et de ce qui leur apparaît semblable ou différent de ce qu'ils aurait fait eux-mêmes.

Lors du Jeu, les étudiants-maîtres sont appelés à se mettre dans la peau d'un enseignant et d'un élève en interaction autour de la situation évoquée au tout début (e.g. un élève qui propose de nommer ¼ « un tiers »). Pour l'étudiant-enseignant, il s'agit alors d'intervenir comme il le ferait réellement dans une classe, avec des élèves du primaire. Certaines balisent sont alors à l'œuvre, qui correspondent à une certaine image de ce qui est « attendu » dans un tel contexte : un certain ton de voix, une manière de faire parler l'élève, de mettre à profit son raisonnement, d'interpréter les propos de l'élève, d'utiliser un mode de représentation approprié, et ainsi de suite. Très naturellement, la nécessité de s'ajuster, d'improviser, s'impose : il faut s'y prendre autrement, reformuler, expliquer, exemplifier face à des questions où des observations imprévues. On peut trouver assez proche de la situation réelle de la classe ces conditions d'intervention ouvertes (le formateur n'a pas besoin d'avoir des attentes très précises sur la manière d'intervenir), en même temps que très particulière au contexte de la formation car elle se déroule sous l'observation de (nombreux) paires et dans le cadre constitué par les attentes générales posées par le formateur (être à l'écoute de l'élève, travailler à partir de son raisonnement, le mettre en action, etc.). L'étudiant-élève, quant à lui, doit faire l'effort de tenir à son raisonnement initial et de s'en tenir à ce que l'enseignant lui propose ou lui demande, faisant pour ainsi dire abstraction de sa compréhension du phénomène comme étudiant universitaire (cela vient parfois très naturellement, lorsque les concepts mathématiques au cœur du Jeu sont trop partiellement maîtrisés par les étudiants-élèves, par exemple la multiplication de décimaux).

Le regard des autres, et le fait d'observer, sont également d'importantes dimensions du Jeu. Le Jeu se déroule normalement exclusivement entre « l'enseignant » et « l'élève », mais les autres étudiants ne sont pas que de « passifs spectateurs ». Ils sont nécessairement confronté à une intervention différente de ce qu'ils ont imaginé, et donc placé en situation de faire sens de ce qui se déroule, tant sur le plan de l'intervention (e.g. prise en compte de l'élève, choix du matériel, formulation d'une question ou d'une réponse), que sur le plan du concept mathématique lui-même (cette intervention est-elle « juste » ? le résultat est-il claire, approprié ? correspond-t-il à leur propre compréhension du concept ?). En effet, il arrive même que les étudiants qui regardent le jeu s'immiscent dans celui-ci par un commentaire, une interrogation... ou des marques d'approbation lorsque quelque chose leur semble particulièrement réussi, ou les éclaire. Doublant d'une certaine façon le regard du formateur (qui, dans notre cas, évalue également), cette dynamique donne à l'obligation d'agir « dans l'instant » le contrepoids d'une rétroaction (même informelle, discrète) elle aussi immédiate, et venant d'autre adultes en situation de formation. On peut donc voir ces deux composantes de nos intentions comme formateurs se répondre : d'un côté l'intervention, de l'autre l'observation.

Enfin, le Jeu étant suivi d'une phase de discussion dans laquelle les étudiants partagent leurs observations, une cinquième composante peut être dégagée :

<u>COMPOSANTE 5</u> : Accompagner les étudiants-maîtres dans une réflexion sur l'action, une prise de recul face à celle-ci... en leur faisant bénéficier de la rétroaction de leur pairius et du formateur sur les bons et moins bon coups, de l'intérêt de divers alternatives, et de certains clarification en lien avec les concepts mathématiques abordés.

Il serait difficile pour nous d'imaginer les Jeux de rôles sans un retour collectif sur les Jeux qui se déroulent devant la classe. D'une part, il est évident que notre intention ici est d'amener un certain partage des points de vues dans le but de nourrir une réflexion sur l'action, l'intervention telle qu'elle a été jouée. Faire ceci nous sort de la « pratique ordinaire » en ceci que les enseignants ont rarement la possibilité de regarder un de leur pair intervenir en classe et de se questionner avec d'autres collègues sur ce qu'il aurait fait à sa place. Néanmoins, nous avons de bonnes raisons de penser que plusieurs enseignants font également preuve de réflexion sur leurs actions... à leur manière, à leur moment (penser au praticien réflexif de Schon). C'est sans doute dans l'esprit de nourrir cet élément de la pratique que nous poursuivons cette intention... sans néanmoins en faire une affaire strictement personnelle : c'est en quelque sorte le « corps enseignant » qui interpellé dans l'adoption de cette posture réflexive, qui bien souvent déclenche (quand elle n'est pas déclenchée par lui) un besoin de clarifier les concepts sur lesquels on intervient.

QUELQUES IMPRESSIONS DES ÉTUDIANTS

Nous avons pu, d'une part, nous engager dans un travail réflexif conduisant à dégager nos intentions comme formateurs. Dans le cadre de cette étude préliminaire sur les Jeux de rôles, nous souhaitions également nous faire une idée plus précise des impressions des étudiants par rapport à l'activité. En première analyse, nous avons trois observations qui se démarquent assez nettement des réponses fournies par les étudiants de deux groupes ayant expérimenté les Jeux de rôles dans une formule relativement semblable, et au même moment (un groupe étant suivi par chacun de nous). C'est donc en groupant les réponses à certaines des questions que nous avons formulé les « impressions » suivantes.

Une première impression marquée concerne le caractère improvisé des Jeux de rôles :

<u>IMPRESSION 1</u> : *Devoir improviser face à un « élève » est intéressant, mais il est pénible de ne pas savoir quand on aura à le faire.*

Questionner explicitement sur leur appréciation de la dimension « improvisation » des jeux de rôles, les étudiants nous ont répondu avoir surtout des réticences vis-à-vis le fait de ne pas savoir à quel moment ils vont devoir jouer en classe. La nécessité de composer avec ce qui viendra d'un « élève », voire d'improviser, génère évidemment un certain stress (très fort pour certains), et plusieurs expriment en quelque sorte le désir de pouvoir mieux se préparer à ce moment. Le cadre universitaire dans lequel l'activité prend place y est sans doute pour quelque chose (incluant le fait d'être évalué), mais il ne faudrait pas oublier non plus que ces étudiants sont souvent formés à préparer de longue date leurs interventions (dans les stages), à les faire valider avant leur mise en œuvre, et ainsi de suite. Une distinction intéressante à retenir.

Une seconde impression, connexe mais tout de même assez différente, concerne le besoin d'éléments pour guider l'intervention :

<u>IMPRESSION 2</u> : *Il faudrait plus de « théorie » et que celle-ci soit présentée avant le moment où les étudiants se préparent à intervenir.*

Il peut sembler naturel d'attendre de la formation didactique qui prend place en classe universitaire qu'elle énonce un certain nombre de principes rattachés à l'enseignement de tel ou tel concepts, formulés dans un langage plus ou moins accessible, plus ou moins adapté. Dans l'approche de Jeux de rôles telle que nous l'avons vécue, nous avons évité de présenter aux étudiants de tels principes à « mettre en œuvre » dans la préparation et l'intervention. En revanche, les étudiants (on l'a vu) ont l'occasion de s'approprier entre eux (et, évidemment, en questionnant le formateur au besoin) des ressources proposant de façon variée des éléments pouvant conduire à de tels « principes »… dans la mesure des intentions qu'on se donne. Cet appel au formateur (versus un travail plus « autonome » d'appropriation) en regard d'éléments pouvant guider l'intervention met en lumière une tension entre « savoirs » et « savoir-agir » et leurs relations où différents paradigmes peuvent s'affronter : un autre point à retenir.

Une troisième impression qui se démarque concerne les retours (la dernière phase) :

<u>IMPRESSION 3</u> : *Les retours devraient prendre plus de place, et mieux distinguer ce qu'il faut retenir.*

Plusieurs d'entre nous sont familiers, comme formateurs, aux demandes des étudiants qui, dans le cadre de leurs premiers cours de didactique, aimeraient qu'on leur donne des réponses simples, définitives, à propos de ce qu'il « faut faire » quand on travaille avec les élèves. Dans le contexte où nous utilisons les Jeu de rôles, nous n'y échappons pas. Si le caractère contextuel, circonstanciel, et contingent de l'action enseignante nous empêche, comme formateurs, de simplifier celle-ci à la mise en œuvre de manières de faire qui seraient « bien établies », les étudiants de leur côté sont à la recherche de points d'ancrage. C'est aussi un désir de validation qui s'exprime suite au jeu : Est-ce que c'était correct ? Il faudrait faire comment ? Comment l'auriez-vous fait, vous ? Laquelle des interventions était la meilleure ? On pourra retenir de ceci l'importance accordée au formateur dans la construction de connaissances *sur* l'action en lien avec le développement de compétence *pour* celle-ci.

CONCLUSION

On pourrait analyser ces intentions et ces impressions selon différents angles. On pourrait d'abord contraster les propos des uns et des autres pour discuter en quoi ils se rejoignent ou non, et tenir un propos sur la manière dont l'activité Jeu de rôles pourrait être aménagée afin de mieux faire coïncider ces perspectives. Ce serait cependant réduire rapidement ce qui est vécu dans l'activité aux propos, qui plus est reconstruit par notre analyse, des formateurs et des enseignants. En effet, les intentions explicitées ici ne correspondent pas nécessaire à ce vers quoi « tendent » et sont « attentifs » (Latin *intendere* "tourner son attention vers ; tendre vers") effectivement formateurs au moment de réaliser les Jeux en classe. Et ces impressions ne sont sans doute pas le meilleur témoignage de ce que perçoivent et qui « marque » (Latin *impressionem* "perception, trace d'une pression") les étudiants qui les vivent. Il y a peut-être mieux à faire.

Une autre entrée qui vient rapidement à l'esprit est celle du modèle de Deblois et Squalli (2002) concernant les différentes postures que les étudiants en formation adoptent, ou doivent adopter. Une nuance intéressante par rapport au modèle pensé dans le sens d'un nécessaire changement de posture serait alors discutée : formateurs ET étudiants semblent ici occupés à préserver, voir même à mettre en dialogue ces deux postures. Une analyse plus fine du matériau mis à la contribution des étudiants et de leur travail avec celui-ci permettrait sans aucun doute de faire également émerger la posture « élève » (comprendre les liens entre numérateurs et dénominateurs d'une fraction pose souvent un « vrai problème » pour eux). On pourrait alors discuter des Jeux de rôles tels que nous les utilisons comme une activité visant à faire parler et se répondre ces différentes postures. Les travaux récents de Squalli (2012) vont en ce sens.

Ce qui nous intéresse davantage pour le moment, du point de vue de la recherche, serait plutôt de d'explorer la manière dont le croisement de ces intentions et de ces impressions pourrait nous informer sur la formation didactique *conçue* comme lieu d'*approximation*. Nous devons cette image à Perrenoud (1999) qui l'utilise en lien avec la situation de classe, et souhaiterions la pousser un peu plus loin. Qu'entend-t-on par « approximation » ? L'idée, dans son acception courante, n'est pas nouvelle. Grossman et al. (2008), par exemple, la définissent en ces termes: « Approximations of practice refer to the degree to which the learning opportunities provided to novices resemble the authentic practices they will be expected to enact. Professional education offers many opportunities for novices to engage in practices that are more or less proximal to the practices of a profession. » (p.2060). On se retrouve alors avec l'image d'une pratique en « milieu protégé », ce à quoi Lave et Wenger (1991) associent naturellement la formation « scolaire » en contraste avec celle qui se fait « sur le terrain ». Mais ces caractérisations conceptualisent mal, nous semble-t-il, l'*orientation* de la formation vis-à-vis de la pratique. Etymologiquement, le terme approximation signifie « se rapprocher », et s'est ainsi que nous souhaiterions l'entendre : la formation didactique comme lieu où les étudiants *se rapprochent* de ce qu'ils vivront comme enseignants en exercice. Le lieu d'un mouvement où se compose sa pratique dans un agir où tout tend vers le rapprochement. Intentions et impressions pourrait alors servir de point d'entrée sur ces rapprochements. Dans cette perspective, la mise en œuvre de différentes « postures » serait en elle-même productive, conçue en termes de répertoire pour un savoir-agir qui, dès lors, dépasse de loin celui du moment de l'intervention auprès d'élèves (aspect autour duquel les Jeux de rôles s'organisent de manière explicite). Si c'est en forgeant qu'on devient forgeron, l'inverse est, à tout le moins, aussi vrai.

À ce stade, ce sont là, bien évidemment, quelques idées jetées en vrac… que nos prochains travaux tenteront de mettre en lumière.

REMERCIEMENTS

Nous remercions tous les étudiants qui ont accepté de répondre à notre questionnaire écrit, de même que Salima Lazli pour nous avoir assistés dans l'analyse des réponses à ce questionnaire. Ensuite, le travail de réflexion mené au sein du GREFEM sur l'articulation entre formation didactique et pratiques enseignantes (GREFEM 2012) nous ayant fortement inspirés dans la rédaction de la première partie du présent texte, nous remercions nos collègues du GREFEM.

BIBLIOGRAPHIE

DEBOIS, L., & SQUALLI, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire. Educational Studies in Mathematics, 50(2), 212-237.

GROSSMAN, P. COMPTON, C., IGRA, D., RONFRLDT, M., SHAHAN, E. & WILLIAMSON, P. (2009). Teaching Practice: A Cross-Professional Perspective. Teachers College Record, 111(9), 2055-2100.

LAJOIE, C. (2009). Le jeu de rôles en formation initiale des maîtres du primaire : une situation-problème visant une réflexion pour, dans et sur l'action. Actes du 61ème colloque de la CIEAEM (Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques), publiés dans Quaderni di Ricerca in Didattica Matematica (supp. no2, pp. 217-222).

LAJOIE, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l,UQAM. In J.Proulx et L.Gattuso (Eds.), Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles (pp. 101-113). Sherbrooke, Qc : Éditions du CRP.

LAJOIE, C. & PALLASCIO, R. (2001). Le jeu de rôle : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement de compétences professionnelles, Actes du colloque des didacticiens des mathématiques du Québec (pp. 120-132). Montréal: GDM.

LAVE, J. & WENGER, E. (1991). Situated learning. Legitimate peripherial participation. Cambridge University Press.

MAHEUX, J.-F. & LAJOIE C. (2011). Improvisation in Teaching and Teacher Education. Complicity, Vol 8, No 2.

MIKLOS, E. & GREENE, M. (1987). Assessments by Teachers of their Preservice Preparation Programs, The Alberta Journal of Educational Research, 33 (3), pp. 191-205.

Ministère de l'Éducation du Québec (2001). La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles. Gouvernement du Québec : Ministère de l'Éducation.

MUCCHIELLI, A. (1983). Les jeux de rôles. Paris: Presses universitaires de France, Que sais-je ?

PERRENOUD, P., ALTET, M., LESSARD, C. & PAQUAY, L. (Eds.) (2008). Conflits de savoirs en formation des enseignants. Bruxelles : De Boeck.

PERRENOUD, P. (1999). De quelques compétences du formateur-expert. Université de Genève, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation. http://www.afhep.ch/Divers/Documents/Perrenoud1.pdf

SUNGURTEKIN, Ş., ONUR SEZER, G., BAGÇELI KAHRAMAN, P. & Sadioğlu, Ö. (2009). The Views Of Pre-Service Teachers About Creative Drama: A Study According To Gender, Elementary Education Online, 8(3), pp. 755-770.

SQUALLI, H. (2012). Quelle articulation entre formation mathématique et formation à l'enseignement des mathématiques? Essai d'analyse et point de vue d'un didacticien des mathématiques, Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques : pratiques, orientations et recherches. Presses de l'Université du Québec.

Du *techné* et de l'*epistemé* de la calculatrice au primaire

Jean-François Maheux, UQÀM

RÉSUMÉ

La technologie soulève des questions toujours vivantes vis-à-vis l'enseignement des mathématiques et suscite de nombreux débats : que l'on pense seulement à la calculatrice au primaire. Si, d'un côté, la recherche et les récits d'expériences montrent le potentiel énorme de la calculatrice, les réticences sont encore nombreuses. Utile pour le développement d'habileté en résolution de problème, pour explorer le sens du nombre, pour intéresser les élèves aux mathématiques, voir même pour développer le calcul mental, on prête à la calculatrice toutes les vertus... à condition de l'utiliser convenablement. Le philosophe Martin Heidegger (1993) observe que nous abordons généralement la technologie en tant que *moyen*, approche qui cristallise notre besoin de « maîtriser » l'outil. Or, la technologie serait bien plus : Heiddeger propose que la technologie ne donne pas simplement accès aux choses, mais déjà les « pense », les révèle sous un certain jour et en expose une vérité particulière qui ne serait pas accessible autrement...

TROIS PERSONNAGES, DONT L'AUTEUR

Ce n'est pas d'hier qu'on se questionne sur la calculatrice en lien avec l'éducation mathématique. Quelques années à peine après l'introduction sur le marché des premières calculatrices de poches (vers 1975), on pouvait lire ces lignes de Suydam (1979) :

« The use of calculators in education is increasing, although there is some concern and resistance at all levels ... However, there is initial evidence that calculators can be used to further the development of mathematical ideas and skills ... The calculator is not and will not be ignored as a useful learning tool. (p. 20). »

N'est-il pas fascinant de voir combien aisé il serait d'écrire aujourd'hui ces mêmes lignes ? Que se passe-t-il donc pour que, quelques 30 ans plus tard, nous ayons à certains égards l'impression d'en être au même point ? En effet, si nous avons depuis lors vastement documenté le potentiel énorme de la calculatrice (et je me limite ici à la calculatrice dite 'de base', ou à 4 opérations) en résolution de problèmes, pour le sens du nombre, pour le calcul mental, pour motiver les élèves, nous connaissons aussi les nombreuses réticences qu'elle provoque toujours (e.g. Lee, 2006 ; Laffey, 2004 ; Elligton, 2003).

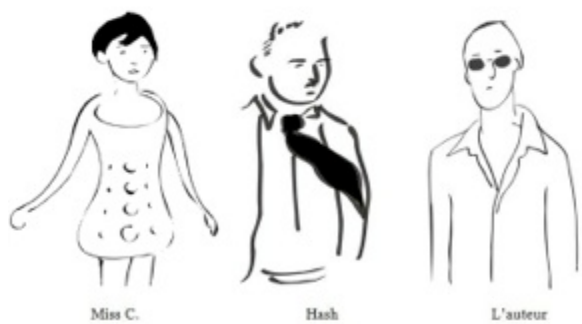
Au niveau de la recherche, des cadres théoriques ont été développés, en particulier autour de l'idée d'instrumentation (Rabardel, 1995). Selon cette théorie, un objet devient un instrument quand et dans la mesure où, il est utilisé dans un processus où l'usager adapte l'outil à ses besoins, cependant que celui-ci impose en retour son fonctionnement (e.g. Guin et Trouche, 2002; Drijvers et al., 2010). Ceci permet d'aborder une technologie telle que la calculatrice en lien avec ce qui lui en fera un véritable « outil » permettant aux élèves de faire des mathématiques. On pense alors aux caractéristiques de l'objet, aux tâches proposées, aux interactions avec les élèves, aux rapports entre technologie, savoirs mathématiques et processus de conceptualisation (Lagrange et al. 2003; Kieran et Drijvers, 2006) et ainsi de suite. Récemment, suivant ce que j'observe comme un déplacement général de la recherche en didactique de l'élève à l'enseignant et la dimension collective de l'activité en classe, le travail des didacticiens se préoccupe de plus en plus de l'instrumentation de l'enseignant (Drijvers et Trouche, 2008 ; Pierce et Ball, 2009; Lagrange et Ozdemir Erdogan, 2009; Drijvers et al., 2010). Mais dans tous ces travaux autour des technologies en didactique des mathématiques, c'est une question rarement abordée et qui m'a tout de suite semblé mériter notre attention : Qu'est-ce que la technologie ?

La question m'est venue sans doute en partie en raison de mes lectures en épistémologie (i.e. concernant signifie « connaitre », la nature de la connaissance). Je pense par exemple à la théorie de l'activité qui, en continuité avec les travaux de Vygotsky et plusieurs autres, défend l'idée que les objets deviennent des outils lorsque des actions concrètes les mettent en relation avec des activités sociales. Ou encore, j'ai en tête cette citation célèbre de G. Bateson (1972) à propos de l'aveugle et de sa canne où je ne peux m'empêcher de faire des « correction » (en *italique*) en lien avec la situation qui nous intéresse :

« Suppose I am a ~~blind man~~ *student*, and I use a ~~stick~~ *calculator*. I go tap, tap, tap. Where do I start? Is my mental system bounded at the ~~handle of the stick~~ *keys* I touch? Is it bounded by my skin? [...] These are nonsense questions. The ~~stick~~ *calculator* is a pathway along which transforms of difference are being transmitted. (p.459) »

Qu'est-ce que la technologie ? J'ai trouvé, pour réfléchir sur la question, un écrit de M. Heidegger (1953) dont le titre, en anglais, est « The Question Concerning Technology »[1]. Dans ce court opus, le philosophe allemand tente précisément de répondre à cette question. Partant de là, j'ai trouvé intéressant de « mettre en conversation » les propos du philosophe avec ce qu'on dit de la calculatrice et avec mon propre questionnement comme didacticien des mathématiques fortement intéressées par la dimension épistémologique (à propos) de l'activité mathématiques des enseignants et des élèves. Mon objectif ici est de donner un aperçu de ce travail.

Pour conserver dans ma communication le caractère conversationnel de cette étude, j'ai créé trois personnages : Miss C. (la calculatrice), Hash (Heidegger) et l'auteur (moi-même). On appelle « roman graphique » (traduction littérale de l'anglais 'graphic novel') une œuvre narrative dans laquelle l'histoire est communiquée en utilisant des dessins : j'ai produit, pour le colloque, une « affiche graphique » (dont on trouvera une reproduction à la fin du document) par laquelle j'ai explicitement illustré ce dialogue au moyen des trois personnages (fig. 1)[2]. Sans pour autant reprendre ici tout cela, ni m'avancer trop loin dans une réinvention plus « littéraire » du procédé, j'ai tenu à tenter d'en conserver la saveur… d'autant plus, comme on le verra plus bas, que ce choix « artistique » n'est pas étranger à la proposition d'Heidegger lui-même ! Mais je vais trop vite. Prenons d'abord plutôt un moment pour présenter chacun des personnages :



MISS C

On peut facilement tirer des paragraphes précédents un portrait rapide de Miss C. On sait quelle à ses origines dans un ensemble d'outils visant à faciliter ou accélérer le calcul, dont la fameuse Pascaline, puis les premiers ordinateurs (développés, comme on sait, en grande partie à des fins militaires). Plutôt jeune et attrayante dans la représentation que j'en donne, Miss C. passe rarement inaperçue… ou bien, au contraire, semble si naturellement se trouver à sa place un peu partout : dans nos montres, nos téléphones, nos ordinateurs. Toujours prête à servir, on l'aime, on la déteste, on ne pourrait s'en passer où on tient à

1 Je travaille à partir du texte traduit en anglais, ne pouvant lire l'allemand, car la version française me semble trop teintée de l'interprétation du traducteur, en particulier dans le choix des termes. L'anglais me permet de « retraduire » en faisant, par exemple, la distinction entre « technique » et « technologie », plutôt que le couple « instrumental » versus « technique », que je trouve moins parlant. Pour le texte anglais, une version en ligne est disponible ici : http://tiny.cc/heideggerQuestionTechno

2 Je reproduis l'affiche ici, mais il est important de ne pas oublier qu'il s'agit d'un travail exploratoire, incomplet, plutôt insatisfaisant, mais néanmoins intéressant dans l'idée de servir de point de départ ou de point d'appui pour discuter, retravailler, les idées qui y sont évoquées. Ce que Proulx (2010) appel des « objectives to work on ».

tout prix à pouvoir faire sans elle. On la permet, on l'interdit, mais bien rarement met-on en doute ce qu'elle affirme si spontanément… et rare sont ceux qui connaissent le fond de son cœur. Elle a pourtant ses limites, et tous les petits francophones découvrent assez tôt, avec plaisir dont j'ai moi-même souvenir, comment lui faire dire « SOLEIL » (j'ai appris récemment la version anglophone du jeu… que la décence me prive d'exposer !). Qui plus est, son charme est parfois distrayant et on se demande si elle n'est pas en train de subrepticement nous pousser à faire autre chose qu'on souhaitait au départ, de nous manipuler…

Représentante du genre technologique, il semble assez juste de dire que beaucoup reste à faire pour comprendre ce que signifie « faire des mathématiques » avec Miss C. (Wen-Tsn, 1978; Drijvers, 1995; Raju, 2001 ; Leung, 2006). Beaucoup aussi pour comprendre pourquoi on l'invite si peu souvent à le faire en classe du primaire en particulier (Lehman, 1994; Del Notaro et al., 2011), même lorsqu'elle est présente, disponible (Cuban, 2001)… et cela un peu partout à travers le monde (Artigue, 2000; Laffey, 2004; Lee, 2006). Un certain nombre d'hypothèses sont posées, qui en fait diffèrent assez peu de ce qu'on lit dans les rapports de Suydam (e.g. 1979) cité plus haut, et d'autre. On la connait mal, on ne sait pas trop quoi en faire, où la mettre, on en a peur. Peut-on vraiment apprendre en sa présence ? A-t-elle sa place à l'école ? Comment faire en sorte que l'on travaille bien ce que l'on veut travailler ? Est-ce qu'on ne perd pas plus de temps à montrer comment travailler avec elle qu'à effectivement travailler avec elle ? Est-ce qu'elle ne nous impose pas plus de choses qu'elle en permet ? (e.g. Artigue, 1998 ; Assude et al. 2010)

HASH

Hash, autant le dire, est un sacré bonhomme : une courte visite sur Wikipedia vous en convaincra. Né en Allemagne, il a 15 ans au début de la première guerre mondiale et 50 quand la seconde se déclenche. Il vit donc dans un monde en plein industrialisation, à une époque où les machines de guerre deviennent bien autre chose que des béliers : avions, tanks, sous-marin ! C'est aussi l'exploitation des ressources naturelles énergétiques qui prend son essor : charbon, hydroélectricité, pétrole ! Dans tout ce brouhaha mécanique, Hash se fait philosophe et s'intéresse à la manière dont nous faisons l'expérience du monde et ce que signifie « être » et « devenir ». Pour ce faire, il prend un plaisir malin à jouer avec les mots, à en déterrer les racines, quitte à leur faire dire plus que quiconque n'aurais jamais imaginé : les anciens grecs ont bon dos, mal placés qu'ils sont (6 pieds sous terre) pour nier quoi que ce soit. Mais qu'importe : Hash n'est pas à la recherche d'une « vérité historique », mais plutôt de l'essence des choses à l'origine de tous ces fragments de vérité que l'on pourra trouver dans l'histoire, dans les mots, etc. Et c'est aussi un homme de son temps, un homme du « maintenant » (son fameux *Dasein* : être c'est, littéralement, « Être-là ») et l'essence dont il parle n'est pas quelque chose qui existe en dehors de l'espace et du temps, mais qui au contraire s'enracine dans et origine de l'action, du faire : c'est ce qui se dégage, ce qui se donne à entendre, ce qui se révèle.

C'est ce bonhomme-là qui un beau jour de novembre 1953 se présente à Munich pour un colloque sur « Les arts à l'époque de la technique ». Avant de prendre la parole, il écoute d'abord le grand Heisenberg parler de la « la Nature dans la physique contemporaine » en disant des choses comme : « Dans l'avenir, les nombreux appareils techniques seront peut-être aussi inséparables de l'homme que la coquille de l'escargot … ». Quand son tour vient de prendre la parole, il n'y va pas par quatre chemins : « In what follows we shall be *questioning* concerning technology. Questioning builds a way … The way is a way of thinking … We shall be questioning concerning *technology*, and in so doing we should like to prepare a free relationship to it

L'AUTEUR

Le troisième personnage sur lequel j'attire l'attention (il y en aurait d'autres, mais je passe), c'est l'auteur, qui se trouve par ailleurs à être aussi un *lecteur* quand il communique par son œuvre ce que dit Hash ou de ce qu'on raconte sur Miss C. Puisqu'on se trouve à la lecture un peu contraint de le croire sur parole, même lorsque ce sont les autres qui parlent, il est important de dire deux mots à son sujet. J'ai mentionné déjà son intérêt pour les questions épistémologiques, qui origine en fait d'une réflexion autour de ce qui est « légitime » dans un cours de mathématiques, par exemple du point de vue de l'expérience des élèves, de la pratique d'un enseignant, ou dans le regard d'un chercheur. L'auteur écrit donc avec des préoccupations qui teintent naturellement l'ensemble du propos de cette façon particulière : il prêche pour sa paroisse et il a beau jeu, puisque les autres personnages parlent à travers lui.

L'auteur est néanmoins mis en abime comme une troisième voix : il est un personnage dans l'histoire, incarné/dessiné et pas seulement grand démiurge. C'est un individu difficile à saisir parce que son rôle n'est pas très bien campé, très arrêté. Il va tantôt appuyer l'un, tantôt appuyer l'autre et, de temps en temps, se permettre quelques observations de son cru. On ne sait pas trop en quoi ses interventions relèvent de sa qualité de didacticien des maths, la raison étant sans doute que lui-même n'en sait trop rien. Qu'est-ce qu'un didacticien des maths, pourrait-il demander, loin d'être certain qu'on voudrait bien de lui dans ce club. Chose certaine en revanche, il s'intéresse au « monde de l'éducation mathématique » (c'est sa traduction, assez boiteuse, du champ de pratiques, incluant la recherche, que l'on nomme en anglais « mathematics education »). De plus, en provoquant la rencontre de Hash et Miss C., il a bien entendu l'espoir que quelque chose « d'intéressant » se produise et s'efforce en fait produire (la racine latine signifie « mettre de l'avant »). Une idée très Heideggérienne, comme on le verra…

PREMIÈRES QUESTIONS

L'histoire commence avec Miss C., qui se demande bien pourquoi malgré son potentiel bien connu, plusieurs résistent toujours à lui donner une place dans le monde de l'enseignement des maths. Tout le monde connait la calculatrice, qui est par ailleurs largement accessible (on en trouve pour moins de 2 $ dans plusieurs magasins). Qui plus est, la fonction première de la calculatrice n'est-elle pas de « faire des mathématiques »? Parce que sinon quoi…? Et puis on aurait tort d'y voir un instrument réservé aux mathématiciens « avancés » : Dès 1976, la compagnie Texas Instrument mettait sur le marché sa « Little Professor », une calculatrice destinée aux enfants de 5 à 9 ans qui, plutôt que de donner des réponses, demandait à l'utilisateur de résoudre des équations! Alors, quel est le problème?

À ceci, l'auteur remarque (comme on l'a lu plus haut) que le problème n'a rien de nouveau. On le voit dans les rapports de Suydam (datant de la fin des années 1970) aussi bien que quelques 15 ans plus tard avec Stacy et Groves (1994), par exemple, qui rapportent que si les enseignants se disent de plus en plus « ouverts » à la calculatrice, cette ouverture est loin de se traduire par une adoption marquée de celle-ci en classe. L'idée est de se rendre compte qu'il y a quelque chose qui perdure malgré de fait qu'on en connaisse de plus en plus sur la calculatrice, les manières de l'utiliser et ainsi de suite. Mais peut-être sommes-nous simplement trop pressés? Qu'est-ce que 20 ou 30 ans par rapport à un changement de cet ordre?

C'est ici que Hash intervient pour expliquer qu'en fait tout ceci n'est pas si étonnant. Pas étonnant que nous nous questionnons tellement sur Miss C., et ce dès le moment où elle s'est pointée le bout du nez. Et pas étonnant que ces questions répondent difficilement à tout ce qu'implique son arrivée parmi nous. Il propose alors une distinction assez subtile au premier regard : questionner la technologie, versus poser des questions techniques. Notre attitude générale serait plus proche d'un ensemble de préoccupations techniques que d'une véritable réflexion sur la nature, « l'essence » de la technologie. Se demander comment mettre Miss C. à contribution en regard des objectifs qui sont les nôtres, examiner et documenter comment elle permet ceci ou cela, comment on pourrait mieux la faire intervenir, quelle caractéristiques lui donner, comment « faire avec » ou l'éviter… toutes ces questions considèrent la technologie en tant que *moyen pour des fins*. Une telle approche, dit-il, nous conduit même à voir la technologie comme une chose « neutre », ce n'est qu'un *moyen* qui devrait nous permettre de faire plus vite, de faire mieux, ce que nous faisons déjà, ce que nous voulons faire (avec ou sans elle).

L'auteur se permet alors d'observer (je détaille ici un peu plus) qu'il est vrai qu'on retrouve beaucoup cette orientation « technique » dans la recherche autour de la technologie. Certains ont même développé l'idée de la technologie comme « amplificateur » (e.g. Pea, 1987; Hoyles et Lagrange, 2006). Selon cette perspective, on invite Miss C. à prendre part aux curricula existants, on lui cherche et lui donne une place dans l'idée de mettre sa puissance au profit des élèves ou des enseignants. Mais ces chercheurs proposent aussi une autre entrée sur la technologie, quand celle-ci est vue comme « réorganisatrice ». Ainsi, on note depuis plusieurs années, mais sans peut-être en faire un objet d'étude à proprement dit, la nécessaire modification des manières de faire imposées par les technologies (Corbitt, 1985; Shuard, et al. 1991; Ruthven, 2009). Cependant, il me semble que les résistances demeurent… et je me demande *quand* on sort véritablement d'une approche technique. Je pense par exemple à Pea quand il dit "we affect computers when we study their use, reflect on what we see happening, and then act to change it in ways we prefer or see as necessary to get the effects we want. » (p. 95). Sommes-nous toujours en train de poser des questions techniques quand del Notaro et Floris (2011) écrivent : « Au débat traditionnel sur les avantages de l'utilisation de la calculatrice par rapport aux méthodes usuelles de l'enseignement du nombre, cet article apporte l'évidence de la richesse de l'investigation possible des mathématiques permises par l'instrument [qui] à certaines conditions [est] porteuse de contraintes et de potentialités… » (p.17).

Hash dira alors qu'il faut d'une part reconnaitre la valeur de la réflexion technique. Il est juste de dire que la technologie est un moyen. Mais il faut voir aussi que la technologie est un moyen qui porte *ses propres fins*. L'essence de la technologie sur laquelle il veut se pencher n'est pas « une chose en soit » (comme disent les philosophes), mais plutôt « la chose qu'elle fait ». Il faut s'intéresser à ce vers quoi elle tend et qui est présent dans chacun de ses mouvements sans pour autant y être contenu. Où va-t-elle donc, cette Miss C., et d'un si bon pas ? Où nous conduit-elle ? Le nœud est là ! Parce que, qu'on le veuille ou non, cette demoiselle fait et fera son chemin, l'enjeu étant de savoir si nous allons le subir… ou le prendre en main.

À ces mots, l'auteur dissimule mal un « oh! » exclamatif partagé par l'auditoire. De fait, plusieurs ont observé que la technologie n'est pas seulement un espace de possibles, mais qu'elle *impose* des changements dont, peut-être, nous ne sommes pas toujours certain de vouloir. Que l'on pense à Moreno-Armella et Santos-Trigo (2008) qui écrivent « a material tool … affects the nature of the (mediated) human activity … a symbolic tool … affects the knowledge, the cognition » (p.323) (la calculatrice étant un outils à la fois matériel et symbolique), ou à Artigue (2000) lorsqu'elle explique que la technologie conduit à introduire de nouvelles mathématiques dans la classe. C'est aussi Chevallard (2006) qui vient en tête, lui qui sait si bien montrer comment l'art du calcul, encore très vivant dans les années 1930, est aujourd'hui totalement supplanté (trouvez le développement décimal de racine $[4\pi^{-1}]$ avec et sans votre calculatrice…). Bref, c'est cette idée selon laquelle *la nature de la connaissance mathématique change* (au moins partiellement) depuis que Miss C. est de la partie (e.g. Raju, 2001 ; Noss et Hoyles, 1996). On peut voir alors que de l'introduire délibérément revient à prendre en charge, à se rendre responsable de cette transformation qui fait en sorte que « connaitre » en mathématique n'a plus la même signification.

Si on voulait bien lui laisser la parole une minute, Miss C. se ferait un plaisir de rappeler le fameux cas de la racine carré : qui veut se plaindre de ne plus devoir en enseigner l'algorithme ? Qui regrette l'abaque quand on dispose du calcul écrit, qui est bien lui-même une forme de « technologie » ! Pourquoi ne pas simplement poursuivre ce mouvement aujourd'hui et faire la même chose avec la division ? D'accord, les élèves ne maîtriseront plus la procédure papier-crayon, mais ils sauront opérer de manière *informée* avec la calculatrice, comme c'est déjà le cas pour bien des choses autour des représentations graphiques, pour donner un autre exemple. Je *fais* toutes ces choses-là, dira-t-elle, je vous les rends immédiatement accessibles, à tout moment, du bout des doigts !

En fait, explique Hash, on touche ici la racine du mot « technologie », *technè* : « From earliest times until Plato the word *techne* is linked with the word *episteme*. Both words are names for knowing in the widest sense. They mean to be entirely at home in something, to understand and be expert in it » (p.12). Le racine greque *tekhnè* nomme un mode du savoir et non de la fabrication. La technologie, moderne ou non, concerne en fait toujours la connaissance et c'est là son essence. Ou plutôt, c'est là l'essence à laquelle elle participe et dont elle n'est en fait qu'une manifestation! Malgré sa bonne volonté, dont on ne doute pas, la technologie fait du monde (et des maths!) une *ressource* à laquelle puiser, une chose dont on dispose et ce faisant nous fait oublier que l'existence humaine n'est pas qu'une affaire de moyens et de fins.

QUESTIONS SUIVANTES

Alors quoi ? Que reste-t-il de la technologie alors ? Qu'y a-t-il d'autre ?

On devine que la question épistémologique évoquée par Hash va longuement préoccuper l'auteur, ce vers quoi le philosophe ne se privera pas de l'encourager : le fait que Miss C. nous questionne est justement le signe qu'on ne se contente pas de penser en termes de fins et de moyens. Si on veut éviter, explique Hash, de s'enfermer dans un monde technique où règne la pensée utilitaire, il faut continuer de questionner. Que signifie connaitre en mathématiques quand la technologie s'en mêle ? De fait, malgré nos efforts pour l'ignorer on sait bien que plusieurs (par exemple en science) considèrent les mathématiques elles-mêmes comme une technologie : que signifie connaitre mathématiquement dans ce contexte ? Une foule de questions surgissent : perçoit-on Miss C. de la même manière selon l'épistémologie qu'on épouse ? L'évoquer ne serait-il pas une manière de développer nos réflexions sur l'épistémologie de la connaissance mathématique, comme semblent vouloir le faire Noss et Holyes (1996) ? La littérature regorge en effet d'exemples montrant comment la technologie affecte ce que signifie connaitre dans différentes sphères d'activité scientifique et du quotidien (e.g. Roth, 2008; van Eijck et Claxton, 2009) !

Hash va plus loin : quand il parle d'épistémologie, il insiste sur le fait que nous *produisons* la connaissance (au sens de « bringing-forth », « mettre de l'avant », tel mentionné plus haut) dans un acte *créateur* qu'il nomme *poiesis*. Il ne s'agit pas alors de chercher à chaperonner Miss C. ou à en faire une demoiselle « comme il faut », mais à embrasser son pouvoir créateur tout en *répondant* à l'essence dont elle participe. Répondre comment ?

Par cette autre forme de *poiesis* à l'antipode de la pensée utilitaire : l'art. L'art, poursuit Hash, est ce qui repose en soi-même et « vibre encore sous l'événement de sa création ... fait éclat, dépayse, se tient dans l'ouvert ... nous dérange » (1962, p.73). C'est, reconnaitront l'auteur et Miss C., les maths pour le plaisir des maths, de la découverte, des jolies formes qu'elles dessinent, des troublantes questions qu'elles soulèvent en nous entraînant dans des univers étranges.

En 1971, Ivan Illich écrivait « pour une société sans école » sa conviction que : « the contemporary crisis of education demands that we review the very idea of publicly prescribed learning, rather than the methods used in its enforcement » (p. 65). Illich s'est également penché sur la question de la technologie, insistant sur leur fréquente contre-productivité du point de vue social (par exemple : la voiture individuelle qui nuit au transport des personnes dans leur ensemble) : les parallèles à faire seraient nombreux, et très riches. Comme point d'orgue, je me satisferai de l'idée suivante, finalement très proche de ce que propose Heidegger :

Pourquoi ne pas voir en la technologie *une occasion de questionner le monde de l'enseignement des mathématiques*... plutôt que de se limiter à chercher comment mettre la technologie à son service?

BIBLIOGRAPHIE

ARITIGUE, M. (1998). Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies. In D. Tinsley & D. C. Johnson (Eds.), Information and communications technologies in school mathematics (pp. 121-129): Chapman and Hall.

ARTIGUE, M. (2000). Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching. Paper presented at the Annual Meeting of the GDM, Postdam.

ASSUDE, T., BUTEAU, C., et FORGASZ, H.J. (2010). Factor influencing implementation of Technology-rich mathematics currisulum and practices. In Hoyles, C. et Lagrange, J.B. (Éds). Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain (p. 405-420). New York: Springer

BATESON, G. (1972). From Steps to an Ecology of Mind. New York: Chandler Publishing Co.

CHEVALLARD, Y. (2006). La calculatrice, ce bon objet. Les dossiers de l'ingénierie éducative, 54,20-25.

CORBITT,.M.K.(1985).The impact of computing technology on school mathematics. Arithmetic Teacher, 32(8), 14-18.

CUBAN, L. (2001). Oversold and underused: reforming schools through technology. Cambridge: Harvard University Press.

DEL NOTARO, L., et FLORIS, R. (2011). Calculatrice et propriétés arithmétiques à l'école élémentaire. Grand N (87), 17-49.

DRIJVERS, P., & Trouche, L. (2008). From artefacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), Research on technology and the teaching and learning of mathematics (vol. 2, pp. 363–392). Charlotte: Information Age.

DRIJVERS, P. (1995). White-box / black-box revisited. The International Derive Journal, 2(1), 3-14.

DRIJVERS, P. et al. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology rich mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 75(2), 213-234.

ELLINGTON, A. J. (2003). A meta-analysis of the effects of calculators on students: Achievement and attitude levels in precollege mathematics classes. Journal for Research in Mathematics Education, 34, 433–463.

GUIN D. et TROUCHE L. (Éd.) (2002), Calculatrices graphiques, transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique, Grenoble, La Pensée sauvage.

HEIDEGGER, M. (1953). The Question Concerning. Technology. In M. Heidegger (1977), The question concerning technology and other essays (trans. W. Lovitt) (pp. 3-35). New York: Harper & Row.

HEIDEGGER, M. (1962). Chemins qui ne mènent nulle part. Gallimard.

HOYLES, C. et LAGRANGE, J.B. (eds.) (2010. Mathematics Education and Technology—Rethinking the Terrain. Springer: New York

ILLICH, I. (1971). Deschooling Society. New York: Harper & Row. En ligne: http://www.preservenet.com/theory/Illich/Deschooling/intro.html

ILLICH, I. (1973). Tools for Conviviality. New York: Harper & Row. En ligne: http://www.preservenet.com/theory/Illich/IllichTools.html

KIERAN, C., & DRIJVERS, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11, 205-263.

LAFFEY,J. (2004). Appropriation, Mastery and Resistance to Technology in Early Childhood Preservice Teacher Education. Journal of Research on Technology in Education. 36(4), 361-382.

LAGRANGE, J.B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement. Educational studies in mathematics, 41, 239-264.

LAGRANGE, J.-B., & OZDEMIR ERDOGAN, E. (2009). Teachers' emergent goals in spreadsheet-based lessons: analyzing the complexity of technology integration. Educational Studies in Mathematics, 71(1), 65– 84.

LAGRANGE, J.-B., ARTIGUE, M., LABORDE, C., & TROUCHE, L. (2003). Technology and mathematics education: A multidimensional study of the evolution of research and innovation. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), Second international handbook of mathematics education (Vol. 1, pp. 237–269). Dordrecht: Kluwer.

LEE, K. P. (2006). Calculator use in primary school mathematics : a Singapore perspective. The mathematics educator 9(2), 97-111.

LEHMAN, J.R. (1994). Technology Use in the Teaching of Mathematics and Science in Elementary Schools. School Science and Mathematics. 94(4): 194-202.

LEUNG, F.K.S. (2006). The Impact of ICT Tools on Our Understanding of the Nature of Mathematics, For the Learning of Mathematics, 26(1), 29-35

MORENO-ARMELLA, L. et SANTOS-TRIGO, M. (2008). Democratic access and use of powerful mathematics in an emerging country. In D. English et al. (Éd.) Handbook of international research in mathematics education, 2ème edition (pp. 319-352). Routledge.

NOSS, R. and HOYLES, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

NOSS, R. et HOYLES, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers. Dordrecht: Kluwer.

PEA, R. D. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. In A. Schoenfeld (Ed.), Cognitive science and mathematics education (pp. 89–122). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

PIERCE, R., & BALL, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. Educational Studies in Mathematics, 71(3), 299–317.;

PROULX, J. (2010). Future teachers' perceptions of their mathematics education program. In G. Anthony & B.

Grevholm (Eds.), Teachers of mathematics: Recruitment and retention, professional development and identity (pp. 157-166). Agder University Press: Norvège.

Rabardel P. (1995). Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin.

Raju, C. K. (2001). Computers, mathematics education, and the alternative epistemology of the calculus in the Yuktibhasa. *Philosophy East and West, 51*(3), 325-362.

Roth, W.M. (2008). Where are the Cultural–Historical Critiques of "Back to the Basics"? *Mind, Culture, and Activity, 15*, 269–278.

Ruthven, K. (2009). An investigative lesson with dynamic geometry: A case study of key structuring features of technology integration in classroom practice. Présentation à la conférence CERME6, Lyon, France.

Ruthven, K. (2009). Towards a calculator-aware number curriculum. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 8*(1), 1-14.

Shuard, H. et al. (1991). *Calculators, Children and Mathematics*. London: Simon & Schuster.

Stacey, K.; Groves, S. 1994. Calculators in primary mathematics. Présentation au congrès du NCTM, Indianapolis,.

Steinbring, H. (2007). Epistemology of mathematical knowledge and teacher learner interaction. *ZDM, 39*, 95–106.

Suydam, M. N. (1979). The Use of Calculators in Pre-College Education: A State-of-the-Art Review. National Inst. of Education (DHEW), Washington, DC. Online at: http://tiny.cc/wmlop

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.

van Eijck, M. et Claxton, N.X. (2009). Rethinking the notion of technology in education: Techno-epistemology as a feature inherent to human praxis. *Science Education 93*(2), 218–232.

Wen-Tsn, W. (1978). On the decision problem and the mechanization of theorem-proving in elementary geometry. En ligne : http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-JAXG197802001.htm


DU TECHNÈ ET DE L'EPISTEMÈ
DE LA CALCULATRICE AU PRIMAIRE
PAR JEAN-FRANÇOIS MAHEUX
WWW.MATH.UQAM.CA/MAHEUXJF
LA TECHNOLOGIE OCCUPE UNE PLACE CROISSANTE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHS, MAIS JE SENS ENCORE BEAUCOUP DE RÉTICENCE À MON ÉGARD, MALGRÉ MON POTENTIEL ÉNORME ET BIEN CONNU !
LE PLUS ÉPATANT LÀ-DEDANS : JE LISAIS QU'EN 1978 ON DISAIT À PEU PRÈS LA MÊME CHOSE QU'AUJOURD'HUI! REGARDEZ ÇA, À UNE ÉPOQUE OÙ LA CALCULATRICE DE POCHE N'ÉTAIT SUR LE MARCHÉ QUE DEPUIS QUELQUES ANNÉES!
THE USE OF CALCULATORS IN EDUCATION IS INCREASING, ALTHOUGH THERE IS SOME CONCERN AND RESISTANCE AT ALL LEVELS. THE FACT THAT THEY HAVE BECOME MORE WIDELY AVAILABLE AND THAT CHILDREN WILL USE THEM IN THEIR DAILY LIVES THROUGHOUT LIFE MAKES THEIR USE IN SCHOOLS SEEM IMPERATIVE TO MANY PEOPLE.
OTHERS FEAR THAT GROWING DEPENDENCE ON CALCULATORS WILL BE HARMFUL. HOWEVER, THERE IS INITIAL EVIDENCE THAT CALCULATORS CAN BE USED TO FURTHER THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL IDEAS AND SKILLS. THE EFFORTS OF BOTH INDIVIDUALS AND GROUPS ARE FOCUSED ON STUDYING THE EFFECTS OF CALCULATOR USE AND ON DEVELOPING NEEDED MATERIALS. THE CALCULATOR IS NOT AND WILL NOT BE IGNORED AS A USEFUL LEARNING TOOL (SUYDAM, 1978, P. 20).
PAS SI ÉTONNANT, EN FAIT!
C'EST DIFFICILE À COMPRENDRE PARCE QU'ON A L'HABITUDE DE QUESTIONNER LA MAUVAISE CHOSE. EN FAIT, ON NE SE QUESTIONNE PAS SUR LA TECHNOLOGIE. ON POSE PLUTÔT DES QUESTIONS TECHNIQUES ! C'EST BIEN DIFFÉRENT...
ÇA, POUR ME QUESTIONNER, ON ME QUESTIONNE !
FAUT L'AVOUER, LA CALCULATRICE SEMBLE BONNE À TOUT... À CONDITION DE BIEN L'UTILISER !
POUR PEU QU'ON ME DONNE UNE CHANCE... LES ÉLÈVES JE LES AIDE EN RÉSOLUTION DE PROBLÈME, POUR DÉVELOPPER LEUR SENS DU NOMBRE, EN CALCUL MENTAL, ET JE PARVIENS MÊME À FAIRE AIMER LES MATHS À CEUX À QUI ÇA NE DIT PAS GRAND CHOSE !
QU'EST-CE QUE VOUS VOULEZ DE PLUS ?
HEIDEGGER (1954)
JUSTEMENT, C'EST CE QUE J'APPELLE DES QUESTIONS TECHNIQUES ! ON SE DEMANDE QUOI FAIRE, QUAND, COMMENT ? ON REGARDE LES FORCES ET LES FAIBLESSES DE L'OUTIL, ON ESSAIE DE L'AMÉLIORER, ETC. BREF, ON PREND LA TECHNOLOGIE COMME UN MOYEN POUR ATTEINDRE SES FINS.
C'EST VRAI QUE ÇA NE NOUS AVANCE PAS BEAUCOUP POUR COMPRENDRE CE QUI SE PASSE... MÊME QUAND ON INTERROGE LES ENSEIGNANTS, ON EN REVIENT TOUJOURS À DIRE QU'ILS REFUSENT DE CHANGER OU QU'ILS N'ONT PAS LES HABILETÉS POUR BIEN L'UTILISER, QU'ILS ONT PEUR QUE LES ENFANTS NE SACHENT PLUS COMPTER, ET AINSI DE SUITE
JE VOIS... EN FAIT ON RETROUVE BIEN DANS LA RECHERCHE DES INDICES COMME QUOI LA CALCULATRICE DEMANDE QUE L'ENSEIGNEMENT DES MATHS SE FASSE AUTREMENT. CE N'EST PAS SEULEMENT UNE 'POSSIBILITÉ'. LA CALCULATRICE AFFECTE LES BUT QU'ON SE DONNE EN ENSEIGNEMENT DES MATH!
OUI, VOUS VOYEZ, QUAND ON SE MET À QUESTIONNER NOTRE ATTITUDE TECHNOLOGIQUE, ON SE REND COMPTE QUE NOUS LA VOYONS COMME QUELQUE CHOSE DE NEUTRE, ALORS QUE LES MOYENS EN FAIT AFFECTENT AUSSI LES BUTS QU'ON SE DONNE. ILS ONT EN QUELQUE SORT LEURS PROPRES FINS
TOUTE TECHNOLOGIE PORTE EN ELLE UNE MANIÈRE DE VOIR LE MONDE, DE FAIRE LES CHOSES. PRENDRE EN CHARGE LA TECHNOLOGIE C'EST SE RENDRE RESPONSABLE DE SES FAITS ET GESTES !
MAIS JE NE SUIS PAS SI MÉCHANTE. QU'ON VEUILLE BIEN ME LAISSER FAIRE ET VOUS VERREZ BIEN, LES MATHS DU PRIMAIRE VONT CHANGER D'ALLURE! ET...
PRÉCISÉMENT! CE N'EST PAS POUR RIEN QUE TRÈS LONGTEMPS LE MOT « TECHNOLOGIE », PAR SA RACINE « TECHNÈ », A TOUJOURS ÉTÉ UTILISÉ AVEC LE MOT « EPISTEMÈ », TOUS DEUX SIGNIFIANT « CONNAITRE » AU SENS LE PLUS LARGE : LE FAIT DE POUVOIR SE RETROUVER EN QUELQUE CHOSE, DE S'Y (RE)CONNAITRE.
ALORS CONNAITRE LES MATHS NE SIGNIFIERAIT DONC PLUS LA MÊME CHOSE, ET ON HÉSITE Ç SE FAIRE RESPONSABLE DE CE CHANGEMENT, HUM...
...OUI. SI, AVEC SHUARD ET AL. (1991) ON SUGGÈRE DE LAISSER TOMBER LE CALCUL À LA MAIN ET LES ALGORITHMES (ON L'A BIEN FAIT POUR LES RACINES ET LES LOGARITHMES !), ON CHANGE AUSSI EN PARTIE CE QUE SIGNIFIE « CONNAITRE » DES MATHS DU POINT DE VUE DE LA CLASSE. C'EST LA NATURE DES MATHS QUI EST EN JEU... ET LES RUPTURES ÉPISTÉMOLOGIQUES, ÇA N'EST PAS RIEN : LES MATHÉMATICIENS EUX-MÊMES EN SAVENT QUELQUE CHOSE...
VOILÀ UN POINT ESSENTIEL. LA TECHNOLOGIE EST AUSSI CE QUI NOUS SAUVE DU DANGER TECHNIQUE QU'ELLE PRÉSENTE, JUSTEMENT PARCE QU'ELLE NOUS AMÈNE À NOUS QUESTIONNER SUR ELLE... ET SUR NOTRE RESPONSABILITÉ
J'AIME UN PEU MIEUX ÇA : CE N'EST PAS TANT MA FAUTE, MAIS LA MANIÈRE DONT ON ME TRAITE. ÉVIDEMMENT, JE FAIS DES MATHS UNE CHOSE « À PORTÉ DE LA MAIN », C'EST LE BUT ! MAIS EN MÊME TEMPS, SI ON N'A PLUS BESOIN DE SAVOIR CALCULER À LA MAIN, C'EST PEUT-ÊTRE AUSSI UNE OCCASION DE REGARDER COMMENT ÇA MARCHE... POUR LE PLAISIR DES MATH !
ET C'EST BIEN LÀ LE DANGER! EN FAIT, C'EST LA PENSÉE TECHNIQUE QUI S'INCARNE À TRAVERS ELLE QUI EST LE VRAI DANGER, UNE ORIENTATION RÉDUCTRICE QUI FAIT DU MONDE UNE « RESSOURCE » EXPLOITABLE, UN MOYEN, ET NON UNE FIN EN SOI
NOUS NE POUVONS ÉCHAPPER À LA PENSÉE TECHNOLOGIQUE, MAIS FORT HEUREUSEMENT LE MONDE NE SE LAISSE PAS RÉDUIRE À ÊTRE UNE « RESSOURCE » ET SE PRÉSENTE À NOUS À SA PROPRE MANIÈRE. ÊTRE PARTICULIÈREMENT ATTENTIF À CECI CONSTITUE UNE AUTRE DE NOS MANIÈRES DE VOIR LE MONDE, ET C'EST CELLE QUI NOUS SAUVE DU DANGER DU TECHNIQUE : L'ART
QUAND ON Y PENSE, LA REMARQUE EST ASSEZ PERTINENTE. LES ALGORITHMES EUX-MÊMES SONT DES « TECHNOLOGIES » QUI SE SONT PROGRESSIVEMENT IMPOSÉES AU DÉTRIMENT DES ABAQUES, EUX-MÊMES DES INSTRUMENTS TECHNOLOGIQUES RÉDUISANT LE COMPTAGE À QUELQUE CHOSE DE SECONDAIRE...
JE VOIS ASSEZ BIEN CETTE IDÉE DE L'ART DANS LAQUELLE NOUS SOULIGNONS LE CARACTÈRE INTERPRÉTATIF DE NOS ACTIONS. N'EST-CE PAS LOCKHART (2009) QUI PARLAIT SI BIEN DES MATHÉMATIQUES COMME UN ART ? NOUS AVONS DONC LE CHOIX DANS LA MANIÈRE DONT NOUS ABORDONS LA CALCULATRICE, MAIS POUVOIR FAIRE CE CHOIX DEMANDE DE PRENDRE CONSCIENCE DE NOTRE ORIENTATION TECHNIQUE FACE À CELLE-CI.
OK, JE SUIS PARTANTE!
UNE RELATION LIBRE À LA TECHNOLOGIE EST UNE RELATION PAR LAQUELLE SANS CESSE NOUS NOUS QUESTIONNONS: PLUS NOUS APPROCHONS DU DANGER, ET PLUS CLAIREMENT LES CHEMINS MENANT VERS « CE QUI SAUVE » COMMENCENT À S'ÉCLAIRER. PLUS AUSSI NOUS QUESTIONNONS
JE SERAIS BIEN CURIEUX DE VOIR COMMENT TOUT CECI POURRAIT ÊTRE PRIS EN COMPTE POUR TRAVAILLER AUTOUR DE LA CALCULATRICE AVEC DES ENSEIGNANTS (ET DES ÉLÈVES !)... ET DE SAVOIR CE QUE EUX-MÊMES POURRAIENT FAIRE DE TOUT ÇA !
QUELQUES RÉFÉRENCES
HEIDEGGER. (1954). THE QUESTION CONCERNING TECHNOLOGY.
LOCKHART, P. (2009). A MATHEMATICIAN'S LAMENT. BELLEVUE LITERARY PRESS.
MAHEUX. J.F. (2010). EPISTEMOLOGICAL ISSUES TO EDUCATIONAL USE OF TECHNOLOGY. EDULEARN CONF. HTTP// TINY.CC/MAHEUX2011EDULEARN
SHUARD, H., ET AL. (1991). CALCULATORS, CHILDREN AND MATHEMATICS. SIMON & SCHUSTER.
SUYDAM, . (1978). THE USE OF CALCULATORS IN PRE-COLLEGE EDUCATION. HTTP//TINY.CC/WMLOP

Questions épistémologiques pour la didactique des mathématiques : anciens et nouveaux enjeux

Jean-François Maheux (UQAM) et Jérôme Proulx (UQAM)

RÉSUMÉ

La recherche, disait Dewey, avance au rythme des questions qu'elle se pose. La mort toute récente d'Ernst von Glasersfeld, un des « pères » du constructivisme, nous conduit à réfléchir à certaines questions épistémologiques qui ont été posées au démarrage contemporain de la didactique des mathématiques, et que nous souhaitons ici relancer. Ces questions, qui concernent l'apprentissage et la nature des connaissances, méritent selon nous d'être reprises aujourd'hui (en 2011) pour examiner leur apport à la didactique des mathématiques, mais aussi la manière dont elles sont aujourd'hui traitées du point de vue de celle-ci.

En particulier, nous pensons aux notions constructivistes de viabilité et d'erreur en tant que connaissance. Suite à ce requestionnement, nous proposons quelques nouvelles questions, actuelles et novatrices, concernant l'apprentissage et la nature des connaissances mathématiques. En lien avec ce que nous discutons dans la première partie, ces questions sont posées moins dans le but d'y répondre que de mettre de l'avant l'importance de continuer de nous pencher, comme communauté, sur des questions d'envergure épistémologique. Nous puisons ces nouvelles questions, offertes en guise d'exemple, aux développements récents sur la notion d'apprentissage collectif, puis sur la notion d'abstraction située. Comme celles issues de la pensée mise de l'avant par von Glasersfeld, nous suggérons que ces questions d'ordre épistémologique peuvent agir comme moteur de réflexion en didactique des mathématiques et donc contribuer au développement de notre domaine de recherche.

DES QUESTIONS... QUE DE(S) QUESTIONS !

C'est dans l'un de ses essais que Dewey écrivait, assez crûment, que le « progrès intellectuel » ne procède généralement pas par la résolution des questions qui nous préoccupent, mais plutôt par leur abandon... au profit de nouveaux intérêts, de nouvelles attitudes, de nouvelles questions :

«The conviction persists, though history shows it to be a hallucination, that all the questions that the human mind has asked are questions that can be answered in terms of the alternatives that the questions themselves present. But, in fact, intellectual progress usually occurs through sheer abandonment of questions together with both of the alternatives they assume – an abandonment that results from their decreasing vitality and a change of urgent interest. We do not solve them: we get over them. Old questions are solved by disappearing, evaporating, while new questions corresponding to the changed attitude of endeavor and preference take their place». (Dewey, 1910, pp. 18-19).

Une telle position à encore de quoi en choquer plusieurs, pour qui la recherche (mise au service du « progrès intellectuel ») a pour objectif de répondre aux questions qu'elle se pose, et non pas d'en venir à les laisser tomber pour passer à autre chose ! En didactique des mathématiques, ne donnons-nous pas souvent l'impression qu'un bon travail de recherche repose sur une question bien enracinée dans un ensemble de questions et de réponses travaillées par d'autres ? Questions auxquelles on doit savoir répondre à l'aide d'une méthode appropriée, par des analyses bien faites, et sous forme d'une conclusion qui apporte à tout le moins des éléments de réponse à la question initialement posée ? N'est-ce pas un peu dans cet esprit que David Wheeler, en 1981, invitait un certain nombre de chercheurs à proposer dans la revue For the Learning of Mathematics les grandes lignes de ce qui, pour eux, devrait être un « programme de recherche à la Hilbert » pour notre communauté ? Après tout, si faire de la recherche n'est pas de trouver des réponses, alors à quoi bon en faire ? Bien sûr, de nouveaux intérêts, de nouvelles attitudes, de nouvelles questions surgissent sans cesse, gagnent en popularité, et en viennent souvent à faire la une. Attirant sur elles l'attention, il se peut fort bien qu'elles déplacent les questions qui les ont précédées... mais est-ce vraiment là une marque de « progrès » ?

D'autre part, ce n'est pas d'hier que l'on met en doute l'image un peu romantique d'une science qui progresse à grands coups de découvertes. Kuhn (1962), par exemple, s'est fait particulièrement convaincant en avançant l'idée que le progrès de la science repose d'avantage sur des changements de paradigmes. Ces crises concrétisent un bouleversement dans la vision du monde qui rend caduques les questions anciennes au profit de questions nouvelles. L'exemple classique est sans doute celui de la nature de la lumière : dans l'ancien paradigme, la lumière devait être soit une onde, soit une particule, et il paraissait de la plus haute importance de répondre (une fois pour toute) à la question de sa nature véritable. Un changement de paradigme permit d'abandonner cette question, puis d'explorer le vaste champ d'investigation ouvert par l'idée d'une association onde-particule au moyen de l'improbable constante de Planck ($h = 6625 \times 10{-}34$ J•s).

On aurait du mal également à rejeter l'argument de Feyerabend (1975) pour qui la science est une activité humaine soumise aux jeux de pouvoir et de séduction. Nous avons nous-mêmes, dans le cadre de nos recherches doctorales, fait d'importantes observations allant dans le sens d'une vision moins « conte de fée », mais néanmoins productive de la recherche. Dans Proulx (2010), nous mettons en lumière une vision de la recherche en *mathematics education* où faire de la recherche conduit non pas à généraliser sur les phénomènes investigués, mais à générer de nouvelles idées et façons de voir ceux-ci. Un peu dans la même veine, nous avons proposé dans Maheux (2010, Maheux et Roth, 2011) de voir la recherche comme une activité interrompue (nous sommes bien des chercheurs, et non pas des « trouveurs »), et qui porte sa propre contradiction en ceci que sa « reproduction » repose sur l'arrivée de nouveaux chercheurs qui viennent, par leurs idées, transformer la communauté.

En principe, ce n'est donc pas dire qu'il est vain et inutile de questionner, loin de là. Dans le cadre de cette présentation, nous souhaitons mettre de l'avant cette idée en nous intéressant à quelques questions de nature épistémologique, c'est-à-dire qui concernent la manière dont on conçoit l'apprentissage et les connaissances en didactique des mathématiques. De telles questions ont été très vives dans les années 1980, en particulier autour du travail d'un des « pères » du courant constructiviste, Ernst von Glasersfeld, qui nous a récemment quittés. Ses allées et venues fréquentes à l'UQAM, particulièrement au CIRADE (voir Bednarz et Proulx, 2011a), ont nourri plusieurs didacticiens des mathématiques québécois d'un questionnement épistémologique dont les retombées sont saisissantes. Et, pourtant, ce type de questionnement nous semble, chercheurs de la génération post-CIRADE et héritiers de ces idées, s'être peu à peu évanoui. Est-ce parce qu'on a trouvé réponse aux questions alors posées ?

L'examen que nous proposons ici de quelques-unes d'entre-elles suggère que ce n'est probablement pas le cas : nous sommes, comme dirait Dewey, « passés par-dessus ». Néanmoins, en suivant quelques filiations, on entrevoit bien l'apport d'un tel questionnement épistémologique et même l'intérêt de retourner à ces questions... et de les retourner, de les ressasser. Ce retour permet, selon nous, de montrer que non seulement ces questions ne sont pas « fermées » ou « répondues », mais surtout qu'elles sont, en 2011, transformées, offrant une entrée nouvelle sur la didactique des mathématiques et l'épistémologie qui sous-tend ses travaux.

À l'aide de nouvelles questions, nous proposons par la suite de ramener l'épistémologie au cœur de nos réflexions didactiques comme moteur de développement pour notre domaine de recherche, nous appuyant cette fois sur des théories de la connaissance différentes des théories constructivistes.

ENJEUX : L'HÉRITAGE CONSTRUCTIVISTE

La mort récente d'Ernst von Glasersfeld nous a conduits à réfléchir à certaines questions épistémologiques qui ont été posées au démarrage contemporain de la recherche en didactique des mathématiques, et que nous souhaitons relancer. Ces questions méritent d'être reprises en 2011 pour examiner (a) leur apport à notre discipline, mais aussi (b) la manière dont elles sont aujourd'hui traitées en didactique des mathématiques. Histoire de cerner le propos, nous nous intéressons dans cette section à deux questions : l'une portant sur la viabilité, et l'autre sur l'erreur.

Question 1 : Et si les connaissances étaient« viables » et non vraies ou fausses ?

«Constructivism goes back to Vico, who considered human knowledge a human construction that was to be evaluated according to its coherence and its fit with the world of human experience, and not as a representation of God's world as it might be beyond the interface of human experience. Constructivism drops the requirement that knowledge be 'true' in the sense that it should match an objective reality.» (von Glasersfeld, 1992, p. 3)

Au fondement, la pensée constructivisme pose un regard critique sur la notion de « réalité » en faisant une distinction essentielle entre « vérité » et « viabilité ». D'un point de vue constructiviste, les théories rationalistes et empiristes de la connaissance présentent la vérité comme la recherche d'une vision « juste » du monde, que ce soit du point de vue de la science ou de l'apprenant. On se base sur l'existence d'une réalité objective que l'on cherche à comprendre, à représenter fidèlement, afin d'en découvrir le secret. Cette image évoque l'idée d'une « correspondance termes à termes » entre le monde et le savoir, ou la connaissance. La notion de vérité est alors fondamentale, même si celle-ci sera plus souvent posée pour les réalistes comme quelque chose à atteindre et non comme quelque chose d'acquis (Vacher, 1998). Ceci est reflété dans l'idée de l'apprenant se construisant une représentation interne du monde externe ou la métaphore familière de la connaissance comme miroir de la réalité qui se raffine de plus en plus. La théorie des nombres fourni plusieurs exemples intéressants de ceci. Par exemple, on sait bien que ce qui a été considéré comme de « vrais » nombres a longtemps été limité aux entiers positifs et aux rationnels. Les nombres négatifs, les nombres imaginaires, les hyperréels sont ensuite venus, tour à tour, perfectionner notre compréhension de ce monde des nombres (en science, on pourrait aussi donner l'exemple de la théorie de la gravitation, où les équations de Newton sont devenues un cas particulier de celles d'Einstein). De même, en termes d'apprentissage, on souhaiterait dans cette perspective que les élèves développent des « conceptions » justes des phénomènes ou des idées qu'ils rencontrent. Une conception fausse ou incomplète doit céder la place à une compréhension plus élaborée, par exemple celle du « nombre » (ou de la gravité) et des phénomènes qui s'y rattachent, se rapprochant de plus en plus de la « vérité » à leur propos.

Contrastant avec cette perspective positiviste, le constructivisme met de côté l'idée de vérité en raison de l'exigence qu'elle pose vis-à-vis l'existence d'une réalité objective et, qui plus est, connaissable. Mettant en question notre habileté à connaitre un mode objectif, elle propose pour parler de connaissance le concept de viabilité ainsi défini : « the notion of viability means that an action, operation, conceptual structure, or even a theory, is considered *viable*[1] as long as it is useful in accomplishing a task or in achieving a goal that one has set for oneself » (von Glasersfeld, 1998, p. 24). Le savoir ici n'est plus vu comme une représentation plus ou moins juste du monde, mais comme « une clé qui ouvre le monde ». Posséder une clé compatible avec telle ou telle serrure est bien différent de pouvoir dire comment cette serrure fonctionne (« vraiment ») ou de prétendre que cette clé est la clé correspondant à cette serrure (crocheteurs et serruriers en savent quelque chose...). Et si, donc, les connaissances étaient « viables » plutôt que (plus ou moins) vraies ou fausses ?

[1] En français dans le texte.

Tant du point de vue scientifique que du point de vue de l'apprentissage, une action ou une explication (une théorie, etc.) serait donc viable dans la mesure où elle nous permet de fonctionner d'une manière que l'on trouve satisfaisante. L'acceptation des négatifs, irrationnels, ou complexes à titre de « nombres » n'est pas regardée comme la découverte d'une vérité mathématique fondamentale préexistante, mais plutôt – et on évite ainsi la question – comme la prise en main de nouvelles clés permettant d'ouvrir de nouvelles serrures (auxquelles, désormais, on s'intéresse) ou d'offrir des réponses plus satisfaisantes aux phénomènes observés (l'exemple classique étant celui de l'identification des racines d'un polynômes). De même, pour un élève, rencontrer les entiers relatifs, les accepter comme nombre et opérer sur eux suivant certaines règles s'apparenteraient moins à l'ajout de nouvelles connaissances représentant la réalité ou à un changement de conception, qu'à l'appropriation de nouvelles manières de faire intimement liées à l'expérience d'un intérêt particulier à faire les choses ainsi. L'élève qui ordonne ainsi la suite de nombres « 1, 3, -5, 8 » fournirait alors une réponse « viable » dans son monde d'expérience. Ne pas tenir compte du signe ne serait pas un problème de conception erronée ou incomplète (voir une fausseté!), mais le signale de la non pertinence de celui-ci. Et on se demandera comment l'élève fait sens de tel ou telle situation, et comment rendre pertinent tel ou tel élément dans le monde de l'élève.

Comme on le voit à travers ces exemples un peu grossiers, la question posée par l'épistémologie constructiviste sur la nature de la connaissance (viable versus vraie ou fausse) est très riche du point de vue de la didactique des mathématiques. Elle permet des distinctions utiles quand on s'intéresse à l'enseignement et à l'apprentissage qui ont accompagné plusieurs didacticiens dans des réflexions portant vers le sens donné par l'élève (à des contextes, des concepts) et à ses manières de faire, plutôt qu'à ses (manques de) « connaissances ». Qui plus est, la proposition du constructivisme illustre bien ce que Dewey observe quand il dit que nous « passons par-dessus » certaines questions plutôt que d'y répondre. Le constructivisme propose de mettre de côté les débats sur l'universalité, la préexistence, l'objectivisme (penser au vieux débat entre platoniciens et aristotéliciens!), pour s'intéresser plutôt aux processus d'apprentissage (ou de développement scientifique) et à l'aspect pratique, quotidien, de la connaissance. Mais qu'en est-il de cette proposition elle-même? Sommes-nous, aujourd'hui, passés pardessus le problème posé par une vision de la connaissance en termes de viabilité?

D'une certaine manière, nous pensons que oui. En effet, il est difficile de croire que la question de la viabilité a été pleinement prise en considération dans nos travaux en didactique des mathématiques, même ceux dont l'inspiration est la plus explicitement constructiviste. Dans un autre texte (Bednarz et Proulx, 2011a), nous avons montré comment un travail important resterait à faire concernant les suites à donner à l'idée de viabilité en lien avec les mathématiques de l'enseignant. Si le savoir mathématique de l'enseignant est lui aussi regardé comme viable, de quelle manière devrait-on s'intéresser à son travail en classe avec les élèves, où aux questions de formation initiale ou continue, par exemple? D'autre part, il nous semble que l'assertion de von Glasersfeld's (1989), inspiré de Sierpinska, qui observe que « our mathematical culture cannot be more universal than those of our students » nous entraîne déjà ailleurs. L'antagonisme posé par la construction de connaissances viables, contrairement à la découverte ou la transmission de vérités (mathématiques, par exemple), nous laisse quelque peu insatisfaits par rapport aux aspects culturels ou historiques de l'activité mathématique.

En effet, nous nous intéressons de plus en plus aux dynamiques entre les mathématiques des uns et les mathématiques des autres plutôt que de penser celles-ci en isolation. Les mathématiques de nos élèves ont, de leurs points de vue, une validité qu'il importe de respecter, et il en est de même des mathématiques des enseignants. Tous sont intelligents, dira Maturana (Maturana et Poerksen, 2004), et agissent en cohérence à l'intérieur de leur compréhension du monde – une idée qui amené Tom Kieran (communication personnelle) à dire et redire qu'il faut prendre au sérieux ce que les élèves nous disent dans la classe de mathématiques. C'est aussi le cas, avons-nous proposé ailleurs, des mathématiques de la didactique par rapport à celles des mathématiciens : nous avons un monde mathématique bien propre à nous en didactique des mathématiques (voir Proulx, 2012).

Ce qui nous importe alors est de reconnaître que les mathématiques n'existent pas, du moins telles que nous les rencontrons, en dehors des personnes qui « font » des mathématiques. Les bouleversements évoqués plus haut concernant ce qui est considéré vrai ou viable n'ont-il pas leur origine dans ce « faire » et ses relations avec d'autres domaines d'activités (plus ou moins proches des mathématiques)? Est-ce que ceci doit nous conduire à un nouveau changement de paradigme dans lequel on évitera de parler d'enseignement et d'apprentissage (où l'individu et « sa » compréhension restent au centre) pour s'intéresser surtout aux différentes formes d'activité mathématique, à la démultiplication des possibles dans la rencontre de l'une et de l'autre? Ces questions ont des racines profondes dans le constructivisme et la notion de viabilité, en même temps qu'elles nous invitent à passer à autre chose. Et si nous les trouvons bien situées sur le territoire d'une réflexion épistémologique, elles nous paraissent également très fécondes pour la recherche en didactique des mathématiques.

Question 2 : Et si l'erreur était connaissance ?

«We say that we learn through our mistakes, but we punish others, whoever they may be, politicians, children, scientist, parents, philosophers...for the mistakes that they commit. What does this reveal?» (Maturana, dans Maturana et Poerksen, 2004, p. 13)

La notion de viabilité amène une autre question importante du point de vue du constructivisme : peut-on vraiment faire la différence entre une erreur et une connaissance ? Mettre l'erreur au service de l'apprentissage n'est pas nouvelle idée et a même mérité un colloque complet en 1987 lors de la CIEAEM (à Sherbrooke). Cependant, n'y a-t-il pas plusieurs manières de s'intéresser à l'erreur, et bien de façon de la concevoir? Dans une approche rationaliste, l'erreur est une limite, la marque d'une faiblesse, et surtout : quelque chose que l'on cherche à réduire le plus possible, voire à éliminer. On pense aussi à l'erreur comme pathologie, tel que dans un paradigme médical (c.f. la recension de Bélanger, 1990-1991) : une connaissance de l'erreur (bien cernée, délimitée) est alors de première importance, car l'erreur est ce sur quoi on veut agir. Évidemment, il n'est pas difficile de trouver des traces de cette manière de penser en didactique des mathématiques.

Encore aujourd'hui, certain travaux cherchent à (développer des moyens de) « diagnostiquer » les élèves, intervenir sur leurs erreurs (en sachant quand, comment). Cela dit, on trouve de moins en moins de propositions pour des méthodes ayant pour objectif que les élèves ne commettent plus d'erreur (on se souvient de l'enseignement programmé, largement basé sur les idées de Bruner et Skinner, et dans lequel l'objectif est essentiellement d'aider l'élève à produire une réponse correcte). Un bel exemple sans doute celui des fameux algorithmes que nous utilisons pour opérer sur les nombres « à la main ». Vouloir identifier et traiter l'erreur demande alors une analyse des différents cas de figures pouvant se présenter, et peut-être promouvoir l'utilisation d'algorithmes « explicites », avec lesquels il est facile de repérer l'erreur et d'expliquer ce qui ne va pas : s'engager avec les élèves sur les cas où ils buttent et expliciter les différents raisonnements pour amener une utilisation correcte de l'algorithme. Vouloir éviter l'erreur pourrait en revanche amener à découper l'opération en sous-tâches sur lesquelles des règles simples sont énoncées, l'élève étant ramené à ces règles en cas d'erreur.

Une distinction importante demeure cependant entre ceci et ce que propose les théories constructivistes de la connaissance. En deux mots, c'est l'idée poser l'erreur non pas de comme une connaissance « en formation », mais bien comme une connaissance en soi. Par exemple, Maturana (Maturana et Poerksen, 2004) remarque qu'il est impossible, au moment même de l'expérience, de faire la distinction entre perception et illusion. Cette impossibilité ne signifie-t-elle pas que ce n'est que « vue de l'extérieur » (ou après coup, ce qui revient au même) que quelque chose peut nous apparaître comme une interprétation plus ou moins approprié d'un évènement ou d'un phénomène ? Dès lors, peut-on encore distinguer erreur et connaissance au moment où nous « savons » quelque chose... y compris au moment où nous croyons savoir que quelqu'un sait ou ne sait pas ? C'est seulement à la lumière d'autres expériences que telle action (incluant les « actions de pensée ») prend, conserve ou perd le statut de connaissance ou d'erreur. Au quotidien, nous commettons peu « d'erreurs » parce que nous sommes bien coordonnés avec notre environnement. Nous avons développé des manières d'interagir avec celui-ci qui lui donnent, et nous donnent, une certaine stabilité. L'activité (cognitive) est ainsi toujours, et fondamentalement, la manifestation d'un tel savoir-faire en perpétuelle formation, reformation, transformation.

Côté mathématique, la lecture de problèmes et modélisation algébrique est un bon exemple. Une des « erreurs » les plus connues en algèbre est reliée à l'énoncé de Clement, Lockhead et Monk (1981) « il y a six fois plus d'élèves que de professeurs », fréquemment traduit par l'équation « 6•E=P ». L'élève qui écrit « 6•E=P » ne fait pas une erreur au niveau de la lecture. Il sait en effet très bien lire le « six », le « fois », le « plus », le « d'élèves », etc., et on peut croire que cet élève comprend très bien la signification de l'énoncé. Par contre, au moment de traduire le tout mathématiquement, une manière de faire particulière s'applique : dans ce contexte, on écrit cet énoncé sous forme d'une égalité (qui n'est pas présente comme telle dans le texte) suivant des règles qui donneront « 6•P=E ». Grammaticalement parlant, c'est pourtant « 6•E » qui « colle » au texte, et en ce sens ce n'est donc pas une erreur que fait l'élève, mais une lecture dans un domaine de référence (ici le français) différent de celui attendu. Cette erreur est perçue après l'expérience elle-même par un observateur externe qui fonctionne aussi dans son propre domaine : l'enseignant, ou éventuellement l'élève lui-même (qui pourrait trouver curieux, après substitution, la présence de tant de professeurs !).

De plus, même dans le domaine des mathématiques, lire « 6•E » a beaucoup de sens, particulièrement si on quantifie combien de fois plus il y a d'élèves sans mettre cela équation avec le nombre de professeurs (qui n'est d'ailleurs pas, nous le notions, directement présent dans l'énoncé). Ainsi, « 6•E » est une excellente modélisation fonctionnelle de « il y a six fois plus d'élèves dans ma classe ». De ce point de vue, cette « erreur » est connaissance dans le domaine où l'élève travaille, l'enjeu véritable étant alors de passer d'un domaine à un autre.

Cette vision de l'erreur et de la connaissance a accompagné, sur le plan d'une réflexion épistémologique, tout le travail sur le statut de l'erreur. En même temps, elle n'a évidemment pas été reprise dans toutes ses nuances et ses implications possibles. Parmi les questions les plus difficiles qui viennent avec une entrée constructiviste sur l'erreur, il y a par exemple :

Si les erreurs sont des connaissances, pourquoi, et de quel droit, vouloir changer ces connaissances (pour d'autres) ? Qu'est-ce que différencie les connaissances qui sont des erreurs de celles qui n'en sont pas ?

Certaines sont-elles plus importantes que d'autres ? On peut, bien entendu, avancer des réponses, mais c'est surtout sur le fait qu'il resterait beaucoup à développer sur ces questions que nous souhaitons insister. Au cours des années, nous avons répondu à la proposition constructiviste, mais certains aspects de cette proposition sont restés dans l'ombre.

D'autre part, il est encore assez commun que l'on parle de conceptions erronées, de difficultés, d'erreurs, d'obstacles. Ce vocabulaire fonctionne-t-il dans une vision de l'erreur comme connaissance ? Si oui, en quoi et si non, au profit de quoi d'autre ? Devons-nous parler de changements de domaines ? Et comment en juger ? En même temps, nous sommes également, peu à peu, en train de passer au-delà de la question de l'erreur comme connaissance quand nous nous intéressons, tel que mentionné plus haut, au fait de « faire » des mathématiques plutôt que d'en « connaître ». Quand il s'agit de mettre les élèves en activité mathématique et au contact de manières de faire historiquement et culturellement développées, c'est aux processus et aux idées que l'on s'attache en ce qu'ils deviennent mathématiques. Il importe peu que les élèves se trompent ou aient raison tant qu'ils s'engagent dans une démarche que l'on reconnaît mathématique et dans laquelle ce qui vient des élèves et de l'enseignant sont des points d'entrées vers lesquels avancer, à enrichir. En d'autres mots, le travail (conceptuel et pratique) sur l'erreur nous conduit à concevoir de plus en plus l'éducation mathématique selon des points de vue où cette distinction n'est plus utile. C'est le cas lorsque, par exemple, on s'intéresse aux pratiques mathématiques et aux savoir-faire, où on réfléchit sur les différentes manières de reconnaître ou traiter des situations mises en œuvre par des élèves ou des enseignants. Cet intérêt pour les savoir-faire trouve également sa source dans des réflexions épistémologiques auxquelles la pensée constructiviste participe, même si c'est parfois pour s'en détacher.

NOUVEAUX ENJEUX : NOUVELLES ÉPISTÉMOLOGIES

Suite à ce requestionnement inspiré des théories constructivites, nous proposons quelques nouvelles questions concernant l'apprentissage et la nature des connaissances mathématiques puisées à d'autres épistémologies. À l'aide de ces questions, nous poursuivons notre proposition de ramener l'épistémologie au cœur de nos réflexions didactiques, afin d'en faire un moteur de développement pour notre domaine de recherche. Le lecteur aura compris que nous pausons/posons ces questions non pas dans le but d'y répondre, mais pour mettre de l'avant l'importance de continuer de nous y pencher. Pour fixer le propos, nous nous sommes ici limités à deux questions qui nous paraissent particulièrement intéressantes, en plus d'être actuelles et novatrices. Nous puisons ces nouvelles questions aux développements récents dans la recherche sur les notions d'apprentissage collectif et d'abstraction située.

Question 1 : Et si l'apprentissage n'était pas que le fait d'individus, mais aussi de collectifs?

«Through all these years of focusing on the individual or on the socially constructed meaning, we have missed one phenomenon: the collective as a learner» (inspiré des travaux de Paul Cobb).

Au GDM de 2004, nous avons présenté dans Proulx (2004) quelques idées tirées du cadre de référence des Sciences de la Complexité, et plus particulièrement des cinq conditions d'émergence d'un système apprenant, théorisées par Davis et Simmt (2003, 2004), pour parler de l'émergence d'une collectivité apprenante. L'exemple utilisé, centré non pas sur l'individu mais sur le groupe lui-même, montrait toute la richesse conceptuelle d'une centration sur le groupe en tant qu'unité apprenante. Par la prise en compte des idées mathématiques émergentes et développées à travers les nombreuses « interactions entre les idées » de chacun, l'analyse montrait que le groupe réussissait à résoudre le problème d'une façon que probablement aucun des différents individus n'auraient ou ne pourraient le faire : la découverte de régularités par l'un déclenche l'attention d'un autre sur certains cas particuliers, ce qui amène d'autres étudiants à établir différents cas généraux, à trouver une formule ou nouvelle régularité, etc. Ainsi, le groupe avait solutionné le problème, et non pas les individus le composant. D'un point de vue épistémologique, ceci s'accompagne d'une perspective nouvelle : qu'en est-il de cette connaissance qui serait par nature collective?

Autour de l'enseignement des mathématiques, l'intérêt envers les collectivités apprenantes est relativement nouveau. Longtemps l'intérêt s'est fixé sur les individus et sur ce qu'ils apprennent et comprennent : le nombre chez l'enfant, les stratégies de résolution en algèbre, etc. En fait, cet angle sur l'individu est si important que même lorsqu'on se met à parler d'apprentissage collectif on se demande presque irrépressiblement ce que chacun des individus du groupe apprend, ce qu'il retient, ce qu'il pourra faire tout seul... Une entrée en toute intégrité sur la notion de collectif consiste à ne pas vouloir répondre à ceci. Ce que l'on examinera, cependant, ce sont les opportunités fournies aux individus par le groupe, et qui se présentent comme des façons de faire ou de penser qui peuvent influencer et enrichir chacun. On parle donc ici d'une approche de la relation entre l'individuel et le collectif qui ne repose pas, comme c'est le cas ailleurs, sur des principes tels que les influences du social sur l'individu, ou le jeu entre connaissances personnelles et le savoir sociétal, etc. On souhaite ici regarder comment le collectif lui-même apprend, en laissant la part de l'individu de côté, pour ainsi dire.

Un des aspects intéressant de cette approche est dans les questions qu'elle pose concernant le travail de l'enseignant. Ainsi, les travaux de Towers et Martin (voir Martin, Towers et Pirie, 2006; Towers et Martin, 2006; Martin et Towers, 2009), de Davis et Simmt (2003, 2004), ainsi que ceux de Cobb (e.g. 1999), montrent comment on peut en venir à penser l'apprentissage mathématique très différemment lorsque l'on se donne pour tâche d'enseigner au groupe et aux élèves comme si on les prenait individuellement en tant que tout. Cette centration sur le groupe comme unité d'apprentissage apparaît sans doute contre-intuitive, surtout dans le milieu de l'éducation actuel, orienté sur la performance individuelle et la réussite de chacun. Mais combien prometteuse!

Beaucoup reste à comprendre et penser sur ces idées et il nous semble qu'une entrée « didactique » sur ces questions accompagnée d'une réflexion épistémologique sera fort intéressante. Que met-on de l'avant par une entrée sur le collectif comme apprenant? Qui fait les mathématiques? Qui les comprend? Où est la connaissance au moment de l'apprentissage collectif? Comment est-elle réinvestie? Et par qui? À qui sont attribuées les erreurs? Et sur la base de quelles conceptions? Et de qui? Existe-t-il des conceptions collectives? Cette entrée sur un nouvel apprenant pourrait transformer les réflexions sur l'enseignement des mathématiques lui-même, alors que l'apprenant, l'enseigné, se transforme. Soulageant pour les uns qui n'ont plus à se soucier de chacun des individus, il peut devenir cauchemar pour les autres qui veulent évaluer les apprentissages… Ce sont pour nous des questions importantes, et qui ont le potentiel pour nous faire comprendre encore plus en profondeur les notions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, surtout au niveau des dynamiques d'apprentissage et de production mathématiques.

Question 2 : Et si nos abstractions étaient situées ?

Ozmantar et Monaghan (2008) expliquent que la plupart des gens perçoivent les choses abstraites comme étant générales, décontextualisées, intellectuellement difficiles et exigeantes, alors que les choses concrètes sont vues comme relevant du particulier, contraintes dans un contexte et intellectuellement triviales. Cette vision des choses s'impose un peu partout chez nous, et jusque dans les curricula d'étude où l'on insiste fortement sur la nécessité d'organiser les apprentissages en allant du plus simple au plus complexe. Dans la tradition russe de la pensée dialectique, cependant, c'est plutôt l'inverse qui a été conceptualisé. Du point de vue de la conscience, se développent d'abord des concepts abstraits à partir d'expériences plus ou moins cohérentes, et par définition toujours fort complexes, grâce auxquels peu à peu nous « organisons le monde ».

Ainsi, Davydov (1990) écrit : «From the first steps in instruction, the child establishes logical relationships among concepts, and only on this basis does he then force his way through to an object by coming into contact with experience. From the outset he is more aware of the concept itself than of its object. Here there is movement from the concept to the thing – from the abstract to the concrete (p. 86)»

Dans un esprit similaire, les travaux de Lave (1988) nous ont amenés à penser que la connaissance est située, c'est-à-dire qu'elle prend sens, comme chose abstraite, en contexte particulier et qu'il faut un travail de « concrétisation » afin d'en faire usage de manière plus générale. Cette idée de connaissance qui est toujours attachée à un contexte a été poussée très loin, en recherche en didactique des mathématiques, particulièrement par des gens comme Celia Hoyles et Richard Noss avec leurs études sur les professionnels et leur utilisation des mathématiques. Noss et Hoyles ont en effet mis de l'avant que non seulement les connaissances mathématiques étaient situées, mais aussi que l'abstraction l'était. En ce sens on peut repérer une certaine abstraction en action, mais cette abstraction demeure située dans la mesure où elle retient dans la manière dont elle est conceptualisée des éléments cruciaux de la situation.

À titre d'exemple, les observations effectuées par Noss et al. (2002) sur les infirmières en contexte de travail révèlent qu'à travers les différentes stratégies qu'elles utilisent pour le calcul de médicaments à administrer aux patients (ratios, proportions, etc.), un certain invariant se dégage, prenant la forme (en action) d'une co-variation constante entre la masse et le volume de ce médicament. Cet invariant n'est relié à aucun cas (e.g. un patient) particulier, ni à un médicament spécifique et son administration : il est abstrait. En même temps il « n'existe » qu'à travers chacun des gestes concrets de ces pratiques. Pour Noss et Hoyles, ces connaissances sont donc finement articulées sur leur construction en contexte, sur leur développement in situ et sur leur utilisation dans la pratique professionnelle. Cette conceptualisation, expliquent Mitchelmore et White (2007), se positionne contre une vision hiérarchique de l'abstraction par rapport au concret, et présente l'abstraction comme un procédé de connexion plutôt qu'un des termes d'une progression. L'expression « abstraction située » désigne ainsi [...] « how learners construct mathematical ideas by drawing on the webbing of a particular setting which, in turn, shapes the way the ideas are expressed » (p. 122).

Des observations similaires ont été faites par Roth et ses collaborateurs (voir Roth et Hwang 2006a, 2006b) autour de l'activité mathématique de scientifiques dont le métier demande l'utilisation régulière de certains concepts. On y voit comment l'interprétation de graphiques fait appel à un nombre important d'éléments extérieurs à la représentation mathématique elle-même, mais fondamentale pour l'activité à l'intérieur de laquelle ce type de travail prend normalement place. Même si la situation proposée contient tous les éléments nécessaires à sa bonne interprétation, les scientifiques eux-mêmes ont une grande peine – et parfois ne réussissent pas – à mettre en œuvre les connaissances qu'ils déploient dans le cours normal de leur métier. Ce qui entoure l'activité mathématique comme telle semble jouer un rôle de premier ordre, et en particulier pour la mise en relation du général (les graphiques) et du particulier (ce graphique représentant cette situation) qui amène à repenser la relation entre le concret et l'abstrait. On propose ainsi de parler plutôt d'un mouvement simultané du concret vers l'abstrait et de l'abstrait vers le concret. Cette « double ascension » ne serait donc pas simplement l'effet d'une activité mathématique, mais le résultat de l'ensemble des activités qui sollicitent les connaissances mathématiques en question. Les expériences quotidiennes se distinguent et se lient pour donner forme à une manière mathématique de connaître par le fait même de prendre part à un ensemble d'activités socialement/culturellement définies. Un concept est alors « appris » dans la mesure où (a) une des expériences particulières qui lui sont associées en évoque d'autres, et d'autre idées ; et (b) une idée particulière sollicite semblablement idées et expériences. Mais cette « évocation » dépend largement de la situation dans laquelle on se trouve, que l'on soit physicien, infirmière... ou élèves. Et dans les deux cas, on parlera volontier « d'abstraire » et de « concrétiser » (plutôt que de concret et d'abstrait) histoire de bien mettre en évidence ces mouvements (e.g. Roth, 2003).

Toutes ces considérations peuvent avoir des retombées importantes qu'il vaudrait la peine de creuser. À titre d'exemple, on peut se demander ce que cette notion peut avoir comme effet sur notre conceptualisation des mathématiques elles-mêmes. Noss (2002) questionne en fait l'existence d'abstractions mathématiques, qui seraient dénuées de tout contexte. Cette idée avait déjà été soulevée, du moins en partie, par von Glasersfeld (1984) qui suggère que toute connaissance mathématique ou tout concept mathématique a ses racines, pour la personne, dans le concret, et ce concret lui donne son sens fondamental. Sans ce lien au contexte, dit von Glasersfeld, il n'y a pas de connaissances. Il donne l'exemple aussi simple que le nombre, alors que pour lui la notion du nombre 3 est toujours reliée à « quelque chose », associant ainsi la connaissance à des contextes : une quantité (3 cailloux), une opération (3 fois plus), une position (le 3ème), et ainsi de suite. On peut assez naturellement rapprocher de ceci l'hypothèse selon laquelle les mathématiques, tant du point de vue de l'apprenant que de celui de la discipline elle-même, ont leur origine dans des métaphores incarnées, tirées du quotidien, et y référant toujours d'une manière ou d'une autre (Lakoff et Nunez, 2000). Ces travaux nous amènent, par exemple, à chercher à repenser la manière dont nous utilisons la notion de contexte ou d'activité mathématique :

« If mathematics cannot be regarded as a decontextualised resource to be learned and then mapped onto settings – a variant of what Straesser (1996) calls a modelling pedagogy – what is left of mathematical knowledge? What is mathematics if it can only be defined in relation to specific situations? More generally, how are we to position ourselves between two extremes: one which sees any activity as inherently mathematical, and the other which denies that an activity can be mathematical if it does not adopt the signs and conventions of established mathematical practice?» (Pozzi, Noss et Hoyles, 1998, pp.106-107)

Qu'est-ce qu'une vision de l'abstraction comme située peut signifier pour l'apprentissage des mathématiques ? Comment prendre en compte les analyses qui suggèrent que l'apprentissage se produit dans un mouvement de double ascension de l'abstrait au concret et du concret à l'abstrait ? Ceci impliquerait-il de donner une part différente à ce qu'on appelle généralement des « expériences concrètes » et des « réflexions abstraites » ? Qu'en est-il de la « complexité » des situations offertes aux élèves ? Ne vaudrait-il mieux pas chercher à parler du développement de manières d'agir, de faire, de comprendre et d'évoluer dans des situations plutôt que de parler d'abstraire des savoirs généraux dénués de tout contexte et qui seront transférés dans d'autres situations ? Peut-on en fait continuer à parler de transfert de connaissances si ces dernières sont vues comme toujours ancrées en contexte ? Et que signifie « contexte » ici ?

La notion d'abstraction située n'en est qu'à ses débuts dans les travaux en didactique des mathématiques. Pour notre part, nous avons à quelques reprises tenté de creuser cette conceptualisation en lien avec la formation des enseignants de mathématiques (voir Bednarz et Proulx, 2011b, 2011c). Cette entrée nous a fait mettre de l'avant l'importance de l'imbrication des différentes dimensions de l'enseignement des mathématiques (dimensions mathématiques, pédagogiques, didactiques, institutionnelles) dans un contexte de formation des enseignants, particulièrement parce que c'est dans et pour ce contexte d'enseignement que les enseignants apprennent et que les connaissances développées ont un ancrage dans et pour leur pratique. Dans une perspective assez différente, nous avons également utilisé ces idées pour illustrer le caractère contingent des dimensions abstraites, concrètes, culturelles et incarnées de la connaissance mathématiques dans le contexte où de jeunes enfants apprennent à voir le monde d'un point de vue géométrique (Maheux, 2010). Il n'en reste pas moins que la question est loin d'être « résolue ».

QUESTIONS PREMIÈRES, DERNIÈRES QUESTIONS

Quand il est question de connaissance et d'apprentissage, l'épistémologie, pour nous, est « première ». Pourquoi ? Parce qu'en s'intéressant à la nature de « l'apprentissage » et de « la connaissance », l'épistémologie se penche sur ce qui les précède, ce qui les rend possibles en premier lieu. De plus, comme Oroboros, le serpent qui se mord la queue, l'épistémologie est également son propre objet, étant (et cela peu importe comment on la conçoit) une « connaissance de la connaissance ». Dans cette boucle infinie, ce que l'on dit de la connaissance s'applique donc à cette connaissance de la connaissance elle-même. Ainsi, dire que connaître mathématiquement n'est pas le fait d'un individu, mais d'une collectivité, par exemple, demande que l'on reconnaisse également cette connaissance de la connaissance comme phénomène collectif, et non pas individuel. Il en va de même en ce qui a trait au caractère situé de ces idées souvent « abstraites », et ainsi de suite. Les implications de ces circularités sont fortes...

C'est donc dire que de s'engager dans une réflexion épistémologique entraîne, en fait, une foule de « remises en question » et c'est peut-être bien en raison de cette circularité même, ce cycle éternel, que l'épistémologie se présente comme un si puissant moteur de réflexion en didactique des mathématiques. Pour le dire autrement, comme le font Maturana et Varela (1994, p. 239), toute « connaissance de la connaissance » oblige dans le sens étymologique du terme : ob- « devant; à cause de, pour; en échange de » et ligare « lier ». Que nous le voulions ou non, que nous le sachions ou non, nous sommes tous des épistémologues amateurs. Nous avons tous, plus ou moins clairement, formulé certaines manières de concevoir la connaissance. Nous sommes liés devant les phénomènes que nous observons par ces manières de concevoir, manière qui, de fait, en sont le prix. Il faut le croire pour le voir et, en dernière instance, c'est également à nous de voir ce en quoi nous souhaitons croire. La question dernière, que nous posons ici, que nous vous posons, tient donc à ceci : Acceptant l'idée que notre discipline avance au rythme des questions qu'elle se pose, quelles questions, aujourd'hui, souhaitons-nous vraiment poser ?

BIBLIOGRAPHIE

BEDNARZ, N., et PROULX, J. (2011a). Ernst von Glasersfeld's contribution and legacy to a didactique des mathématiques research community. *Constructivist Foundations*, 6(2), 239-247.

BEDNARZ, N., et PROULX, J. (2011b). Spécificité du travail mathématique de l'enseignant: un ancrage pour la formation continue. *Actes du colloque « Le travail enseignant au XXIe siècle Perspectives croisées: didactiques et didactique professionnelle ».* Lyon, France : INRP. CD-ROM.

BEDNARZ, N., et PROULX, J. (2011c). An attempt at defining teachers' mathematics through research on mathematics at work. *Proceedings of CERME-7*. Rseszow, Pologne: CERME.

BELANGER M. (1990–1991) Les erreurs en arithmétique: *Un siècle de présomption américaine*. PETIT X, 26, 49–71.

CLEMENT, J., LOCHHEAD, J., et MONK, G. (1981). *Translation difficulties in learning mathematics. American Mathematical Monthly*, 88, 286-90.

COBB, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5-43.

Davydov, V. (1990). *Soviet studies in mathematics education*: Vol. 2. Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

DAVIS, B., et Simmt, E. (2003). Understanding learning systems : Mathematics education and complexity science. Journal for *Research in Mathematics Education* 34(2), 137-167.

DAVIS, B., et Simmt, E. (2004). « Mathématiques pour l'enseignement » : Une recherche longitudinale sur les connaissances mathématiques des enseignants (ou celles dont ils auraient besoin). *Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2004* (pp. 7-21). GDM.

DEWEY, J. (1910). *The influence of Darwin on philosophy and other essays.* New York: Henry Holt and Company.

FEYERABEND, P. (1993-1975). *Against Methods*. Verso.

GLASERSFELD, E. von (1984). An introduction to radical constructivism. In P.Watzlawick (ed.*), The invented reality: How do we know what we believe we know? Contributions to constructivism* (pp. 17-40). New York: Norton.

GLASERSFELD, E. von (1989). Commentaires subjectifs par un observateur. In N. Bednarz et C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs: Obstacles et conflits* (pp. 367-371). Montréal: Agence d'Arc.

GLASERSFELD E. VON (1992). *Aspects of radical constructivism and its educational recommandations*. Paper presented at ICME-7, WG#4, Quebec, Canada. http://www.umass.edu/srri/vonGlasersfeld/onlinePapers/html/195.html

GLASERSFELD, E. VON. (1998). Why constructivism must be radical. In M. LAROCHELLE., N. BEDNARZ., et J. GARRISON (eds.). *Constructivism and Education* (pp. 23-28). Cambridge: Cambridge University Press.

KUHN, T. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: Univeristy of Chicago Press.

LAKOFF, G., & NUNEZ, R.E. (2000). *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.

LAVE, J. (1988) *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.

MAHEUX, J.F. (2010). *How do we know? An epistemological Journey in the Day-to-day, Moment to-moment, of Researching, Teaching and Learning in Mathematics Education*. Thèse de doctorat, Université de Victoria.

MAHEUX, J.F. et ROTH, W.M. (2011). Des apories de la formation à la recherche : Une dialectique de reproduction et transformation culturelles. In F. HITT (Ed.) *Actes du colloque Formation à la recherche en didactique des mathématiques*. 24-26 mars 2011, UQAM. Montréal, Québec.

MARTIN, L. C., TOWERS, J., & PIRIE, S. E. B. (2006). Collective mathematical understanding as improvisation. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 149-183.

MARTIN, L. C., & TOWERS, J. (2009). Improvisational coactions and the growth of collective mathematical UNDERSTANDING. *Research in Mathematics Education*, 11(1), 1-20.

MATURANA, H.R., et VARELA, F.J. (1994*). L'arbre de la connaissance: racines biologiques de la compréhension humaine*. Paris: Addison-Wesley.

MATURANA, H.R. et POERKSEN, B. (2004*). From being to doing: the origins of the biology of cognition.* Allemagne : Carl-Auer Verlag.

MITCHELMORE, M., et WHITE, P. (2007). Editorial : Abstraction in Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 1–9.

NOSS, R. (2002). Mathematical epistemologies at work. *Proc. 26th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 47-63). PME.

NOSS, R., HOYLES, C., POZZI, S. (2002). Abstraction in expertise: a study of nurses' conceptions of concentration.

Journal for Research in Mathematics Education, 33(3), 204-229.

OZMANTAR, M.F., et MONAGHAN, J. (2008). Are mathematical abstractions situated? In P. Watson et P.Winbourne (eds.), *New directions for situated cognition in mathematics education* (pp. 103-127). New York : Springer.

POZZI, S., NOSS, R., & HOYLES, C. (1998). Tools in practice, mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 105-122.

PROULX, J. (2004). Utilisation des conditions d'émergence des sciences de la complexité pour mieux comprendre et rendre compte d'une collectivité mathématique apprenante. *Actes du colloque 2004 du Groupe des Didacticiens de Mathématiques du Québec* (pp. 25-37). Québec : GDM.

PROULX, J. (2010). Les objectifs et les illusions de la recherche en didactique des mathématiques: Réflexions et parcours de jeune chercheur. In J. Proulx (Ed.), *Actes de la journée d'étude – L'entrée du jeune chercheur dans le milieu de la recherche en didactique des mathématiques : aléas, expériences et significations* (pp. 43-50). Montréal.

PROULX, J. (2012). De l'existence de mathématiques de la didactique : Réflexions sur l'articulation entre mathématique et didactique. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2012*.

ROTH, W.-M. (2003). The dialectic of the general and particular in social science research and teaching praxis. *Historical Social Research / Historische Sozialforschung*, 28(4), 203-213.

ROTH, W.-M., & HWANG, S.-W. (2006a). Does mathematical learning occur in going from concrete to abstract or in going from abstract to concrete? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 334-344.

ROTH, W.-M., & HWANG, S.-W. (2006b). On the relation of abstract and concrete in scientists' graph interpretations: A case study. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 318-333

TOWERS, J., ET MARTIN, L.C. (2006). Improvisational co-actions and the growth of collective mathematical understanding. *Proceedings of the annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 631-638). Merida, Yucatan, Mexico : PME-NA.

VACHER, L-M. (1998). *La passion du réel: la philosophie devant les sciences*. Montréal: Éditions Liber.

WHEELER, D. (1981). A research programme for mathematics education (I). *For the Learning of Mathematics*, 2(1), 27-29.

La préparation en mathématique avancée du futur enseignant de mathématiques au secondaire : investiguer l'hypothèse de la rupture

Déborah Nadeau, UQÀM

RÉSUMÉ

Comment préparer le futur enseignant aux pratiques mathématiques qu'il vivra dans sa future classe? Dans la majorité des universités canadiennes, la formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire revient à suivre trois années de formation disciplinaire et une année de pédagogie. Certains auteurs (Proulx, 2010; Usiskin, 2000) soulignent que les étudiants vivant ce type de formation finissent par être « déconnectés » des mathématiques enseignées au secondaire et ils insistent sur le fait qu'il existe une certaine rupture entre les mathématiques avancées et les mathématiques de l'école (Proulx et Bednarz, 2010). L'objectif de ma recherche de maîtrise (en cours) est de tenter de scruter en profondeur et mieux comprendre cette idée de rupture qui serait vécue chez les étudiants-maîtres, entre leurs expériences dans les cours de mathématiques avancées et les expériences mathématiques dans leur classe.

1. INTRODUCTION

Comment préparer le futur enseignant aux pratiques mathématiques qu'il vivra dans sa future classe? Voilà la question générale qui oriente le champ de recherche dans lequel je m'insère. Mon projet s'intéresse particulièrement à la formation mathématique offerte aux futurs enseignants à l'intérieur des cours de mathématiques avancées, les expériences qu'ils y vivent et ce qu'ils en retirent.

Dans la majorité des universités canadiennes, la formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire revient à suivre trois années de formation disciplinaire et une année de pédagogie (dorénavant appelé programme 3-1)[1]. Certains auteurs (Proulx, 2010; Usiskin, 2000) soulignent que les étudiants vivant un programme de formation du type 3-1 finissent par être « déconnectés » des mathématiques enseignées au secondaire et ils insistent sur le fait qu'il existe une certaine rupture vécue entre les mathématiques avancées et les mathématiques de l'école (voir aussi Proulx et Bednarz, 2010; Moreira et David, 2005, 2008). L'objectif de ma recherche de maîtrise (en cours) est de tenter de scruter en profondeur et de mieux comprendre cette idée de rupture qui serait vécue chez les étudiants-maîtres dans ce type de programme, entre leurs expériences dans les cours de mathématiques avancées et leurs expériences mathématiques dans leur classe. Cet article montre le début de mon cheminement dans cette recherche, qui avance de façon non linéaire. En grande partie, je précise la problématique présentée ci-haut, pour ensuite jeter un coup d'œil sur la méthodologie.

2. UN EXEMPLE DE RUPTURE : L'ARITHMÉTIQUE OU L'ALGÈBRE?

Avant d'entrer en détail sur les fondements qui orientent le projet, nous présentons un exemple de rupture. Celui-ci n'est pas du même ordre que ceux auxquels je m'attarderai dans mon mémoire (c'est-à-dire rupture entre mathématiques avancées et mathématiques scolaires), mais il servira à mettre

[1] On notera que cette structure n'est pas celle du Québec, qui offre des programmes de quatre ans intégrés (voir Bednarz et René de Cotret, 1996). La recherche en cours ne s'attarde qu'à la structure des programmes du type 3-1.

la table et à contextualiser le tout. Cet exemple vient de la thèse de Schmidt (1992), alors que deux étudiants futurs enseignants, l'une du primaire (Mireille) et l'autre du secondaire (Éric), confrontent leur résolution à un même problème.

On voit dans la solution d'Éric (Figure 1) qu'il comprend bien le problème de Luc et Michel et qu'il à donner un sens à des stratégies plus élémentaires, en arithmétique, pour résoudre ce problème. Schmidt (1994) explique qu'une certaine habitude algébrique est enracinée chez Éric ce qui rend difficile pour lui de sortir de cette algèbre et de redonner un sens à une solution arithmétique. Toutefois, comme enseignant, il sera confronté à ces mêmes compréhensions arithmétiques des élèves lorsqu'il travaillera la résolution de problèmes en introduction à l'algèbre. Cet exemple m'apparaît pertinent parce qu'il souligne une certaine rupture vécue. C'est ce type d'expérience de rupture que j'ai l'intention d'examiner et de mieux comprendre dans mon projet de maîtrise.

Problème Luc et Michel : Luc à 3,50$ de moins que Michel. Luc double son montant d'argent tandis que Michel augmente le sien de 1,10$. Maintenant, Luc à 0,40$ de moins que Michel. Combien avaient-ils chacun au départ?

Solution de Mireille

3,50
- ,40
3,10
+ 1,10
4,20
3,50
7,70

L	M
4,20	7,70
8,40	1,10
	8,80

Solution d'Éric

x = Michel
y = Luc
L M
y + 3,50 = x
~~2y + 7 = Luc~~ [1]
2y = Luc
~~2y – x + 1,10~~ [2]
M L
x + 1,10 – 2y = 0,4
y + 3,50 = x
x + 1,10 – 2y = 0,4
y + 3,50 + 1,10 – 2y = 0,4
4,60 – y = 0,4 Luc à 4,20
Y = 4.20 Michel à 7.70

Eric : Ben, c'est, c'est, c'est évident que juste marquer des chiffres comme ça (pointe la solution de Mireille), c'est pas très expliqué là. Quand même faut dire, moi je regarde ça là, pis euh…

Mireille : Oui, c'est vrai.

Eric : Euh, j'veux dire j'comprends pas pour… que t'aies fait 3.50 moins, 40, plus 1,10, pis…

Mireille : Pis que ça marche.

Eric : Pis que ça marche là, j'comprend pas du tout… (rires) (…) Mais ça marche, ça, bravo! Moi j'ai fait plus avec des x, des y (…) J'trouve ça magique comment qu'elle fait ça. (…) J'aurais jamais pensé à ça, jamais, jamais. (…) Ben quand elle fait ça, qu'elle marche avec les différences là, j'comprends pas la manière que ça fonctionne, fait que j'vois pas là, mais ça marche, bravo! Mais j'vois pas qu'à, à, elle fonctionne comme ça.

Figure 1 : Problème Luc et Michel (vignette et solutions tirées de Schmidt, 1994)

3. LES QUESTIONNEMENTS SUR LA FORMATION MATHÉMATIQUE

Les étudiants-maîtres qui suivent une formation mathématique avancée finissent par être déconnectés des mathématiques de l'école. C'est du moins ce que l'on comprend lorsqu'on lit le récit de pratique de formateur de Proulx (2010) qui a en-

n'éprouve aucune difficulté à le résoudre lui-même par l'algèbre. Cependant, il trouve très difficile, voire impossible, de comprendre et de décortiquer la solution arithmétique de Mireille. On voit qu'Éric, qui a acquis les raisonnements algébriques, a de la difficulté à « revenir en arrière » et

seigné aux futurs enseignants dans un programme de type 3-1. Par exemple, les étudiants-maîtres peuvent éprouver de la difficulté à « revenir en arrière » sur des solutions plus élémentaires comme on le voit dans l'exemple ci-dessus tiré de Schmidt (1994).

Tel que mentionné plus haut, on se questionne dernièrement dans la communauté didacticienne sur la formation mathématique pour le futur enseignant de mathématiques au secondaire. Quelles mathématiques pour le futur enseignant? Lui est-il préférable de suivre une for

mation en mathématiques avancées, une formation centrée sur la didactique des mathématiques, une formation visant à approfondir les concepts mathématiques de la salle de classe? Une combinaison des trois? Quels sont les apports de chaque type de formation, et quels sont leurs dangers? Dans cette recherche, je m'intéresse à la formation des maîtres centrée sur les mathématiques avancées. Avant de préciser ce que les chercheurs soulèvent sur cette formation, je ferai part d'une tranche de mon expérience personnelle dans ma formation pour devenir enseignante de mathématiques au secondaire, puisque c'est de là qu'a émergé le cœur de mon questionnement. Cette expérience personnelle, de plus, nourrira et éclaircira à sa façon cette idée de « rupture ».

4. MON VÉCU EN MATHÉMATIQUES AVANCÉES... DANS MA SALLE DE CLASSE AU SECONDAIRE

Le programme de formation pour devenir enseignante de mathématique au secondaire que j'ai suivi est du type 3-1. Plus précisément, après cinq ans d'université j'ai obtenu un baccalauréat en science, 1^{e} concentration mathématique et 2^{e} concentration biologie (formation disciplinaire), et un baccalauréat en enseignement (formation pédagogique). Cette formation pédagogique comprenait aussi un cours de didactique propre à chaque concentration, dans mon cas Didactique de la mathématique et Didactique de la biologie, et trois stages d'enseignement, deux de trois semaines et un de quatre mois. D'une certaine façon, la formation est composée de cours de pédagogie/éducation et de cours de mathématiques pures. Mes cours de mathématiques avancées, suivis avec les futurs mathématiciens, m'ont amenée à me questionner sur l'apport réel de ces notions mathématiques avancées pour mes pratiques futures en salle de classe. Mais, en plus de ces nombreux questionnements, les cours que j'ai suivis en mathématiques avancées m'ont été donnés de façon magistrale, alors que nous, les étudiants, avions à copier des définitions, des axiomes et des théorèmes pour ensuite les mettre en pratique dans des devoirs, des travaux pratiques et des examens. Quoiqu'elles me passionnaient, les mathématiques étaient alors pour moi une science morte et représentaient une vérité absolue, complexe et déjà toute faite. Mon seul cours de didactique des mathématiques, donné par la Faculté d'éducation, bien que je lui donne aujourd'hui une certaine pertinence, m'est apparu insuffisant pour m'aider comme future enseignante à faire des liens et à établir des ponts entre mes compréhensions développées dans mes cours de mathématiques avancées et mon enseignement des mathématiques à l'école.

Comme mentionnée, ma formation en pédagogie comportait aussi des stages d'enseignement. C'est au cours de ces stages que les questionnements vécus dans ma formation à travers mes divers cours sont devenus de plus en plus clairs. Les deux exemples suivants sont révélateurs pour moi de ce vécu et de mes questionnements.

Premier exemple : Au cours de mon 3^{e} stage d'enseignement de mathématiques 11-12^{e} (5^{e} secondaire et 1re année cégep), mon enseignante associée m'a demandé si je connaissais des stratégies d'enseignement des mathématiques novatrices apprises à l'université que j'aimerais essayer en salle de classe avec les élèves. J'ai alors eu un malaise, voir une certaine honte, de ne pas vraiment avoir de ces stratégies, comme si je n'avais pas assez travaillé fort comme étudiante durant mes quatre premières années universitaires. Qu'avais-je à apporter de plus à l'enseignement des mathématiques dans ma communauté francophone? Et, qu'est-ce que mes études avaient apporté à mon enseignement? Sûrement... Je me disais que les étudiants ayant profité au maximum de leur formation devaient pouvoir minimalement faire autrement que ce qu'ils avaient vécu comme élèves au secondaire, ou tout au moins avoir été initiés à des aspects novateurs en enseignement des mathématiques. Je me questionnais aussi sur ce que j'avais mal compris durant mes cours pour avoir de telles difficultés à appliquer ces approches pédagogiques générales dans le cadre de mon enseignement des mathématiques. Pourquoi avais-je maintenant tant de difficulté à présenter un concept mathématique à mes élèves d'une façon qui leur serait compréhensible, dans leur « langage » et à leur niveau?

Deuxième exemple : Mon expérience comme stagiaire dans les classes du secondaire avec les élèves m'a fait réaliser que mon niveau mathématique était avancé (après quatre ans de cours de mathématiques universitaires réussis haut la main et avec mention) au point que j'avais de la difficulté à me mettre dans la peau de l'élève, à sa place à lui, et à partir de ses propres connaissances et compréhensions mathématiques. Toutes ces idées et notions étaient si évidentes pour moi... mais elles étaient loin de l'être pour mes élèves. J'étais à ce moment déconnectée des mathématiques de ma propre salle de classe. Par exemple, l'un des premiers cours du chapitre Exposants et logarithmes avec des élèves de 12e année consistait à résoudre les équations suivantes :

$$8^{x-3} = 2^{2(x-2)}; 8^{3x-2} = 16^{x+1}; 27^{x-3} = (1/9)^{2(x-5}; 8^{x+6}/16^{2x-1} = 32^{3x-4}$$

À la fin du cours, un élève est venu me voir pour m'expliquer que tout aurait été tellement plus facile si, dès le début de mes enseignements, j'avais fait un retour sur les lois des exposants, soit et $x^5/x^3 = x^2 \; et \; x^5 \times x^2 = x^7$. Difficile pour moi de savoir ceci à cet instant, car je croyais que tous mes élèves voyaient comme moi le « sens » des exposants, comme s'ils parlaient de soi, et que les explications que je donnais étaient claires, voire transparentes. Par contre, plus le cours avançait et plus je voyais bien se tracer les difficultés des élèves. Je n'avais toutefois pas de ressources mathématiques pour aider ces élèves, si ce n'était que d'expliquer à nouveau. Tous ces concepts étaient faciles pour moi et allaient presque de soi. Il devenait de plus en plus évident qu'il me manquait quelque chose, moi l'étudiante ayant réussi tous mes cours à la formation des enseignants et ayant même reçu des prix de mérite pour mes résultats académiques durant cette formation. Quelque chose n'allait clairement pas dans ma façon de travailler les mathématiques dans mon enseignement…

Les expériences et les questionnements que j'ai vécus, illustrés ici par ces deux exemples, m'ont amenée à vouloir en savoir plus sur la façon de former et de préparer les enseignants de mathématiques. Tout particulièrement, je voulais en savoir plus au niveau de la préparation *mathématique* pour pouvoir agir dans une classe du secondaire en mathématiques. Ceci dit, mon expérience étant la mienne, j'ai été captivée dès le début de ma maîtrise par les recherches qui ont été conduites autour de ces mêmes questions. Ceci m'a d'autant plus fait réaliser que mes expériences n'étaient pas isolées et que mes questionnements trouvaient écho dans les travaux de recherche en didactique des mathématiques autour des questions de formation mathématique des enseignants et de la présence de certaines ruptures, ou de certains écarts, existant entre les mathématiques avancées enseignées à la formation et les mathématiques de la classe. Dans ce qui suit, j'explique l'importance qu'accorde la communauté scientifique à ces ruptures, tout en donnant un autre exemple.

5. LES RUPTURES VUES PAR LA RECHERCHE

Les chercheurs ont fait ressortir trois ruptures existantes entre les mathématiques avancées et les mathématiques de l'école, soit (1) le côté formel et abstrait des mathématiques avancées, (2) la nature efficace et compacte des mathématiques avancées et (3) la manière dont ces dernières sont approchées à l'intérieur des cours. Proulx et Bednarz (2010) offrent à ce sujet une revue de la littérature qui guidera mes propos.

Première rupture : Un premier exemple de rupture avancé en recherche insiste sur le fait que les mathématiques sont travaillées au niveau **formel** et dans un **symbolisme accru**. Les recherches montrent que les cours de mathématiques avancées font usage d'un symbolisme accru (Corriveau et Tanguay, 2007; Moreira et David, 2005 et 2008). Voici un exemple, provenant des systèmes d'équations pris dans un manuel scolaire et un manuel universitaire, qui veut clarifier cette différence au niveau du symbolisme et du formalisme, entre les

Un système d'équations linéaire est une famille d'équations linéaires avec les mêmes inconnues. Par exemple, un système de m équations $L_1, L_2, \ldots, L_m$, à n inconnues $x_1, x_2, \ldots, x_n$ peut se mettre sous la forme canonique :

$$a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \ldots + a_{1,n}x_n = b_1$$
$$a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \ldots + a_{2,n}x_n = b_2$$
$$\ldots$$
$$a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \ldots + a_{m,n}x_n = b_m$$

où les a_{ij} et les b_i sont des constantes. La quantité a_{ij} est le coefficient de l'inconnue x_j dans l'équation L_i, et b_i est le terme constant ou second membre de l'équation L_i.

mathématiques du secondaire et les mathématiques avancées. Dans le manuel Algèbre linéaire (Lipschutz et Lipson, 2003) utilisé dans certains cours universitaires, on présente le système d'équations linéaires de la façon suivante (encadré) :

De son côté, le manuel Omnimath11 (Knill *et al.*, 2005) utilisé au secondaire, en 11e année, définit un système d'équations comme suit :

«Un système d'équations consiste en deux ou plusieurs équations qu'on examine en relation les unes avec les autres. La solution d'un système d'équations doit satisfaire à toutes les équations. » (p.6)

Dès le premier coup d'œil, on voit que le niveau de symbolisme et de formalisme de la première définition (universitaire) est plus important que celle du secondaire. On parle d'inconnues x_1, x_2,...,x_n, de constantes a_{ij} et les b_i, de forme canonique, etc.; alors qu'au secondaire on ne voit aucun symbole dans la définition. Le problème se situe là, dans ce fossé créé entre les mathématiques avancées et les mathématiques de la classe. Les symboles deviennent pour le mathématicien un moyen de communication formel, un langage symbolique qui finit par parler de lui-même. Lors de leur formation, les futurs enseignants développent certains habitus, telle une certaine facilité à jouer avec les symboles et les mathématiques formelles, qui peuvent devenir un obstacle à leur pratique (Proulx et Bednarz, 2010; Bednarz, 2001; Nathan et Koedinger, 2000). Pour Proulx (2010), à travers l'analyse de sa pratique de formateur qu'il offre, un niveau avancé de formalisme entraîne chez les étudiants-maîtres une difficulté à sortir de l'abstrait et du formalisme accru pour rendre les mathématiques accessibles aux élèves : on utilise le symbolisme pour expliquer toutes les idées comme s'il parlait de lui-même, sans s'attarder au sens sous-jacent des concepts. Le symbole mathématique prime (voir aussi Dionne, 2000 et Gattuso, 2001).

Deuxième rupture : En parallèle à la forme des mathématiques hautement symbolisée, une deuxième dimension de rupture souligne que les mathématiques avancées sont très **compactes** et que leur sens sous-jacent n'est pas transparent. Pour Adler et Davis (2006), Ball et Bass (2002) et Moreira et David (2005), il est dans la nature des mathématiques académiques d'être compactes et « compressées » pour être **efficaces**. Pour les mathématiciens, cette « compression » s'avère une force puisqu'elle rend les mathématiques plus faciles à utiliser, plus efficaces. Toutefois, cette compression semble pouvoir devenir un obstacle pour plusieurs futurs enseignants qui ont dès lors une vision plus opaque et condensée des mathématiques (voir, par exemple, Moreira et David, 2008). Ceci, entre autres, amène ces futurs enseignants à utiliser diverses procédures mathématiques et algorithmes, sans réaliser le besoin ou l'intérêt de s'engager sur leur sens sous-jacent et de décortiquer ces concepts (Proulx, 2010). Pourtant, comme l'explique Bednarz (2001), Adler et Davis (2006), Huillet (sous presse), et Ball et Bass (2003), l'enseignant se doit de décortiquer les concepts mathématiques s'il veut que l'élève leur donne un sens.

L'étude de Thompson et Thompson (1996 ; 1994) illustre bien ces difficultés soulignées par Proulx (2010). L'enseignant (nommé Bill) suivi dans cette recherche fait preuve d'une compréhension avancée et formalisée du concept de taux de variation et de vitesse. Pour lui, les calculs et les opérations sont en eux-mêmes porteurs de sens et donc suffisants pour l'explication de l'enseignant et la compréhension du concept par l'élève. Il se retrouve incapable de verbaliser clairement son raisonnement et d'expliquer le sens des équations/formules pour les rendre accessibles à Ann (l'élève). Ceci crée une rupture entre eux et ils n'arrivent plus du tout à se faire comprendre l'un et l'autre. Ann est complètement perdue, alors que pour Bill tout semble aller de soi dans les équations et symboles utilisés.

Troisième rupture : Un troisième aspect au niveau de la rupture concerne le format des cours de mathématiques universitaires. Ce dernier est plus **magistral** (Burton, 2004) et semble alors faire vivre une culture mathématique très différente de celle souhaitée pour la classe de mathématiques au secondaire(Bauersfeld, 1994). On y souhaite une salle de classe où, au-delà des procédures, les élèves raisonnent, réfléchissent et donnent sens aux mathématiques (NCTM, 2000 ; Bednarz, 2001). Or, les étudiants-maîtres, n'ayant jamais réellement « fait » des mathématiques, auront tendance à reproduire l'enseignement qu'ils ont eux-mêmes vécu (Cooney et Wiegel, 2003), ce qui est souvent, encore aujourd'hui, au secondaire et à l'université (Hiebert, Morris et Glass, 2003), un enseignement plutôt magistral où l'on transmet un certain langage ou un symbolisme mathématique et une série de règles à suivre pour résoudre les problèmes. Bauersfeld (1994) indique que les habitudes mathématiques développées par les étudiants-maîtres au cours de leur formation en mathématiques avancées n'ont pas grand-chose à voir avec les habitudes mathématiques essentielles à leur pratique de salle de classe et que ce sera ces habitudes qui prévaudront lorsque l'enseignant fera face à des situations conflictuelles.

Ces trois dimensions reportées ici décrivent bien les développements actuels en recherche autour des expériences mathématiques vécues par les futurs enseignants ayant suivi des cours de mathématiques avancées et de la rupture entre ces mêmes expériences et les expériences mathématiques reliées à la classe. Toutefois, ces résultats et réflexions proviennent davantage de récits et d'analyses de pratiques de formation (Gattuso, 2001; Proulx 2010) ou de réflexions théoriques (Ball et Bass, 2003) ou encore de synthèses autour de diverses études conduites sur les enseignants et futurs enseignants de mathématiques qui informent à leur façon sur ces questions de rupture (voir, par exemple, la revue de littérature conduite par Proulx et Bednarz, 2010). Or, il y a un besoin d'études empiriques sur ces questions de rupture, réalisées directement avec des étudiants à la formation des maîtres pour mieux comprendre et documenter de façon précise ce phénomène. Mon étude de maîtrise entend contribuer au champ de recherche dans cette direction, c'est-à-dire en conduisant une étude empirique sur ces questions de ruptures vécues chez les futurs enseignants.

Problème : un groupe de personnes composé de 35 adultes et enfants achète des billets de train. Le prix d'un billet est de 27$ pour un adulte et de 14$ pour un enfant. Si le montant total payé pour les billets est de 750$, peux-tu dire combien il y a d'adultes et combien il y a d'enfants dans le groupe ?

Voici la solution proposée par l'enseignant (méthode de réduction) :

Soit x les billets d'adultes et y les billets d'enfants. Nous avons alors :

$$(1)\ 27x + 14y = 750$$

$$(2)\ x + y = 35$$

Pour éliminer une variable, on peut multiplier l'équation (2) par 14 :

$$(3)\ 14x + 14y = 490$$

On peut soustraire l'équation (3) de la (1) et on obtient

$$(27x + 14y) - (14x + 14y) = 750 - 490$$

Cette résolution donne lieu à l'interaction suivante entre un élève et l'enseignant :

Élève: humm, soustraire $14x+14y$ de $27x+14y$ … la deuxième est un nombre de billets et la première est un montant d'argent. On ne peut pas soustraire un nombre de billets d'un montant d'argent!

Figure 2 :Exemple de tâche proposée aux futurs enseignants : la méthode de réduction pour résoudre un système d'équations (source inconnue

6. OBJECTIF DE RECHERCHE

L'objectif de ma recherche est de tenter de mieux comprendre la présence possible et la nature de ruptures vécues chez les étudiants-maîtres entre les expériences mathématiques vécues à l'intérieur des cours de mathématiques avancées et leur préparation à devenir des enseignants de mathématiques. Plus précisément, je m'intéresse à investiguer ces ruptures soulignées par les travaux et les réflexions théoriques actuelles en didactiques des mathématiques et comment elles sont vécues chez les étudiants en formation. Quels types d'expériences mathématiques les étudiants vivent-ils en mathématiques avancées? Vivent-ils des ruptures au niveau du symbolisme, de la compacité des mathématiques ou de la façon de faire les mathématiques entre leurs expériences mathématiques dans leur cours de mathématiques avancées et leur préparation à devenir des enseignants de mathématiques au secondaire? Comment le vécu des futurs enseignants dans de tels programmes informe-t-il sur les ruptures soulignées par la recherche? Ainsi, mon intention est de mieux cibler et cerner comment ces ruptures se déclinent chez les étudiants-maîtres, ceci en portant un regard particulier sur les lunettes du futur enseignant.

7. COUP D'ŒIL SUR LA MÉTHODOLOGIE

Pour atteindre cet objectif, j'ai procédé à une cueillette de donnée prenant la forme d'entretiens semi-structurés avec neuf étudiants suivant une formation en mathématiques avancées dans le cadre de leur programme en enseignement des mathématiques au secondaire. Les tâches ont été proposées pour mieux comprendre comment ces étudiants réagissent aux mathématiques de la pratique du secondaire, et pour voir comment leurs cours de mathématiques avancées peuvent les aider avec ce type de tâche (voir figure 1)[1] Elles ont été choisies parce qu'elles ont le potentiel de mettre de l'avant certaines ruptures chez les étudiants. Des questions ouvertes et orientées ont été posées lors des tâches : quel sens donnes-tu à ces tâches? Quelles réponses offrirais-tu à l'élève? Comment tes cours de mathématiques avancées t'ont-ils aidé?

[1] Les trois tâches proposées étaient présentes lors de la présentation par affiche, mais pour réduire la taille du texte, une seule est présentée ici.

Cette tâche sur la méthode de réduction pour résoudre un système d'équations s'avère pertinente pour mes entretiens puisque, avec la question d'un élève sur le sens de cette procédure, elle semble bien refléter la pratique de classe. Comment les futurs enseignants répondront-ils à cette tâche avec leur bagage en mathématiques avancées? Comment leurs cours les aident-ils? Les analyses sont à suivre!

8. EN GUISE DE CONCLUSION

La rupture, je l'ai vécue personnellement comme étudiante à la formation, et je veux mieux la comprendre. Le champ de recherche pour l'instant met de l'avant trois dimensions de la rupture qui seraient vécues par les étudiants maîtres comme moi, ayant suivi un programme de type 3-1. Mais ce ne sont pour l'instant que des hypothèses que l'on commence à comprendre et explorer. J'ai envie de creuser davantage ces idées et de mieux comprendre comment elles jouent un rôle dans l'expérience du futur enseignant et dans sa pratique mathématique en salle de classe. C'est à ceci que je m'intéresse dans mon mémoire.

Remerciements

J'aimerais remercier ma collègue Doris Jeannotte pour son soutien dans la rédaction de ce texte. Je tiens aussi à remercier mon directeur Jérôme Proulx, professeur au département de mathématiques à l'UQAM, pour son soutien dans la rédaction, mais surtout pour l'encadrement inconditionnel qu'il m'offre dans cette recherche en stimulant sans cesse ma réflexion.

BIBLIOGRAPHIE

ADLER, J., et ZAIN D. (2006). Opening another black box: Researching mathematics for teaching in mathematics teacher education. Journal for Research in Mathematics Education, 37(4), 270-296.

BALL, D.L., ET BASS H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B.Davis et E. Simmt (éd.), Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group (p. 3-14). Edmonton, AB:CMESG/GCEDM: Citeseer.

BEDNARZ, N. (2001). Didactique des mathématiques et formation des enseignants: le cas de l'Université du Québec à Montréal. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 1(1), 61-80.

BEDNARZ, N. et RENÉE DE COTRET, S. (1996). Formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire: nouvelles perspectives et défis. CMESG

BURTON, L. (2004). Mathematicians as enquirers: Learning about learning mathematics: Dordrecht: Kluwer p.

COONEY, T.J., et WIEGEL, H.G. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. Second international handbook of mathematics education, 2, 795-828.

CORRIVEAU, C., et TANGUAY, D. (2007). Formalisme accru du secondaire au collégial: les cours d'algèbre linéaire comme indicateurs. Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, 48(1), 6-25.

DIONNE, J. (2000). Enseignement des mathématiques, formation des enseignants, formateurs des enseignants. In Modulo (éd.), Didactique des mathématiques et formation des enseignants (p.1-13). Trois-Rivière.

GATTUSO, L. (2000). Quel est le rôle du didacticien. In Modulo (éd.), Didactique des mathématiques et formation des enseignants (p. 14-18). Trois-Rivière.

KNILL, G., ABLETT, S., BALHEIM, C., CARTER, J., COLLINS, E., CONRAD, E., DONNELLY, R., HAMILTON, M., MILLER, R., SARNA, A. et WARDROP, H. (2005). Omnimaths11. Édition de l'Ouest révisée. Chelelière McGraw-Hill: Chenelière Éducation.

HIEBERT, J, MORRIS, A.K. et GLASS, B. (2003). Learning to Learn to Teach: An``Experiment''Model for Teaching and Teacher Preparation in Mathematics. Journal of Mathematics Teacher Education, 6(3), 201-222.

LIPSCHUTZ, S., et LIPSON, M. (2003). Algèbre linéaire, 3e édition. Dunod, Paris.

MOREIRA, P. C., et DAVID, M.M. (2005). Mathematics in teacher education versus mathematics in teaching practice: A revealing confrontation. Contributed papers, demonstrations and worksessions: The fifteenth ICMI Study—The professional education and development of teachers of mathematics. São Paolo, Brazil. CD-ROM.

MOREIRA, P.C, et DAVID, M.M. (2008). Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: Some conflicting elements. Journal of Mathematics Teacher Education, 11(1), 23-40.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA:NCTM.

PROULX, J. (2010). Reconnecter les futurs enseignants avec les mathématiques du secondaire: travailler autour de conceptualisations riches en «faisant» des mathématiques. In J. Proulx et L. Gattuso (éd.), Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles (p. 129-152). Sherbrooke, Qc: Éditions du CRP.

PROULX, J., et BEDNARZ, N. (2010). Formation mathématique des enseignants du secondaire. Partie 1: Réflexions fondées sur une analyse des recherches. Revista de Educação Matemática e Tecnologica Ibero-americana.

SCHMIDT, S. (1994). Passage de l'arithmétique à l'algèbre et inversement de l'algèbre à l'arithmétique, chez les futurs enseignants dans un contexte de résolution de problémes. Montréal: Université du Québec à Montréal p.

THOMPSON, A.G., et THOMPSON, P.W. (1996). Talking About Rates Conceptually, Part II: Mathematical Knowledge for Teaching. Journal for Research in Mathematics Education, 27(1), 2-24.

THOMPSON, P.W, et THOMPSON, A.G. (1994). Talking About Rates Conceptually, Part I: A Teacher's Struggle. Journal for Research in Mathematics Education, 25(3), 279-303.

USISKIN, Z.. (2000). Teachers' mathematics: A collection of content deserving to be a field. UCSMP Newsletter, 6(1), 86-98.

Problèmes de comparaison : analyse de ce que fait une enseignante pour faciliter la participation des élèves

Izabella Oliveira
CRIRES, Université Laval

RÉSUMÉ

Notre étude cherche à analyser la pratique d'une enseignante sous l'angle de comment elle perçoit sa pratique habituelle des mathématiques et ce qu'elle fait pour faire participer les élèves en classe. En ce sens, une expérimentation a été conduite auprès d'une enseignante et son groupe d'élèves de 5^{e} année du primaire. Les analyses faites permettent de mettre en évidence certains aspects (choix) de la pratique d'enseignement de Louise qui cherchent à favoriser la participation des élèves en classe. Ses choix portent sur une approche par le jeu, une introduction plus graduelle des concepts qui favoriserait une meilleure compréhension chez les élèves ainsi que l'importance du travail en équipe.

INTRODUCTION

L'importance que prend l'activité même de l'enseignant en classe est mentionnée par plusieurs auteurs (Hache, 2001; Robert, 2001; Rogalsky, 2003; Roditi, 2005). Elle constitue un enjeu important dans le développement de l'activité mathématique chez l'élève (Balacheff, 1987; Oliveira, 2009). Certaines de ces études mettent en évidence le rôle que joue l'enseignant sur les relations qui sont établies entre la classe, les élèves et un certain contenu de savoir mathématique (Rogalsky, 2003).

Les travaux développés autour de l'analyse des pratiques d'enseignement des dernières années se sont centrés sur plusieurs aspects de cette pratique : rationalité sous-jacente, contraintes, variabilité et stabilité de ces pratiques, place occupée par les élèves dans l'organisation du travail (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004). Notre article se situe davantage dans cette dernière perspective, puisque nous tentons de comprendre ce qui, dans la pratique d'enseignement mise en place dans des classes de mathématiques, favorise la participation des élèves. Dans d'autres mots, que fait l'enseignant, dans sa pratique effective, pour engager les élèves dans leurs apprentissages mathématiques. Selon, Robert (2001) les pratiques en classe désignent « tout ce que dit et fait l'enseignant en classe, en tenant compte de sa préparation, de ses conceptions et connaissances en mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes » (p. 66).

Dans cette perspective, Hache (2001) souligne que c'est l'enseignant qui organise les séances, qui propose les situations, qui favorise ou non les échanges en classe entre les élèves, qui suscite des explications. Il contribue ainsi, comme le remarquent, (Bauersfeld, 1994; Cobb *et al.*, 1994; Krummheuer, 1998) à l'instauration d'une certaine culture mathématique de classe, en suscitant notamment une justification, des explications, une argumentation.

D'abord, en se centrant sur les choix faits par l'enseignant et les principes sous-jacents qui le guident. Ensuite, en s'appuyant sur cette pratique effective en classe et sur sa préparation, il est donc possible d'observer comment l'enseignant suscite, favorise l'accès et la participation des élèves à travers ses questions, les activités qu'il propose, la façon par laquelle il organise le travail des élèves en classe, ... La toile de fond de notre étude est le développement de la compréhension des relations de comparaison chez les élèves du primaire.

OBJECTIF DE LA PRÉSENTE ÉTUDE

Analyser la pratique d'une enseignante sous l'angle de comment elle perçoit sa pratique habituelle des mathématiques et ce qu'elle fait pour faire participer les élèves en classe.

MÉTHODOLOGIE

Le besoin de comprendre les pratiques d'enseignement sous l'angle de comment l'enseignante perçoit sa pratique habituelle et ce qu'elle fait pour favoriser la participation des élèves en classe, nous a conduit, au niveau méthodologique, vers l'étude de cas. Elle permet de décrire le phénomène, cette pratique enseignante, en profondeur et de capter la dynamique de la classe de mathématiques (Bauersfeld, 1980; Confrey, 1994; Hache, 2001; Robert, 2001; Vergnes, 2001). Pour comprendre, dans une perspective didactique, comment une certaine pratique favorise la participation des élèves, nous avons centré nos observations sur différents aspects de cette pratique tels que la planification de l'enseignante et les situations proposées, les séances en classe et les productions d'élèves. Pour cela, nous avons eu recours à différents modes de collecte de données : entrevues réalisées avec l'enseignante, observation d'une séquence d'enseignement en classe et analyse des activités données aux élèves.

Notre étude s'insère dans une recherche plus large portant sur l'analyse des pratiques d'enseignement des mathématiques au primaire et l'activité mathématique induite chez les élèves, où nous avons suivi une classe de 5e année (23 élèves) et son enseignante (que nous appellerons Louise) pendant une séquence d'enseignement portant sur la compréhension des relations de comparaison (6 séances). Ces observations ont été complétées par 5 entrevues semi-dirigées avec l'enseignante et par les activités données aux élèves en classe (5 scénarios). Avec l'intention d'atteindre l'objectif précité dans cet article, nous analyserons uniquement l'ensemble des entrevues avec l'enseignante et les situations proposées aux élèves.

Les situations proposées aux élèves (adaptées de Bednarz et Saboya, 2010)

L'ensemble de la séquence était organisé de manière à favoriser le développement de la compréhension de relations de comparaison additives et multiplicatives, y compris dans la résolution de problèmes : les relations de comparaison sans contexte, les relations de comparaison « sens des expressions », la construction de relation de comparaison, les relations de comparaison en contexte, mais sans calcul et la résolution de problèmes de comparaison.

Les scénarios ont été préparés *a priori* par la chercheure sur la base d'une analyse conceptuelle (Marchand et Bednarz, 1999, 2000) et approuvés par l'enseignante lors des rencontres de préparation (moment où les entrevues ont lieu). La séquence d'enseignement est négociée et discutée avec l'enseignante avant l'expérimentation de chacune des activités en classe. Cette séquence est composée de 5 scénarios qui comportent des buts différents. Ces scénarios sont adaptés de ceux proposés par Bednarz et Saboya. Dans ses grandes lignes, la séquence s'organisait comme suit :

Scénario 1- Les relations de comparaison sans contexte. Ce scénario a comme objectif de développer une certaine flexibilité dans le maniement des relations de comparaison (+, -, ×, ÷) avec des nombres naturels et de rendre les élèves à l'aise avec les relations de comparaison qui sont très fréquentes dans les problèmes.

Scénario 2- Les relations de comparaison « sens des expressions ». Ce scénario a comme objectif de rendre les élèves à l'aise avec les différentes significations des expressions *de plus et de moins* présentes dans des problèmes de comparaison de structure additive.

Scénario 3- La construction de relations de comparaison. Ce scénario a comme objectif de développer une certaine flexibilité dans le maniement des relations de comparaison (+, -, ×, ÷) avec des nombres naturels, dans un contexte de construction de relations à partir de certaines données.

Scénario 4- Les relations de comparaison dans un contexte sans calcul. Ce scénario a comme objectif de développer la compréhension de relations de comparaison à travers la mathématisation de problèmes en contexte ayant des relations de comparaison, mais qui ne présentent pas de calculs à faire.

Scénario 5- La résolution de problèmes de comparaison. Ce scénario a comme objectif de développer la compréhension de relations de comparaison à travers la mathématisation de problèmes en contexte ayant des relations de comparaison et sollicitant des calculs.

Ces scénarios ont été pensés de manière à faciliter l'entrée des élèves dans les activités. C'est-à-dire que lors des premiers scénarios, les activités proposées prennent la forme de jeux de dés ou de cartes où, en équipe, les élèves devraient établir ou découvrir des relations. Par exemple, lors du scénario 1: l'élève lance le dé et obtient un 4. Ensuite, il pige une carte « 4 fois ce nombre ». Quelle est la réponse? Les élèves jouent à plusieurs reprises avec des cartes qui représentent différentes relations tant additives que multiplicatives. Les apprentissages développés sont réinvestis tout au long de la séquence pour qu'à la fin les élèves soient en mesure de répondre à des problèmes écrits en contexte où des calculs sont nécessaires pour que la réponse soit trouvée.

Des entrevues semi-dirigées avec l'enseignante

À travers la description et l'analyse d'une pratique enseignante, par l'entremise des entrevues faites, nous cherchons à mieux comprendre les principes sous-jacents qui guident l'enseignante dans l'organisation de son travail en classe. La compréhension de ses choix permettra de caractériser quelle pratique est mise en place pour favoriser la participation des élèves dans la classe de mathématiques. Les entrevues, initiale et finale, avaient comme objectif de faire expliciter par l'enseignante les principes sous-jacents qui la guident dans sa pratique quotidienne d'enseignement des mathématiques et dans la mise en œuvre d'une séquence d'enseignement, séquence qui visait le travail des relations de comparaison additive et multiplicative. Les entrevues en cours de route, permettent d'avoir accès aux réflexions de l'enseignante sur son enseignement, sur le travail des élèves ainsi que sur la séquence qui lui a été proposée.

L'analyse de ces entrevues a été faite à partir de la codification de transcriptions des entrevues. Ce codage a été mené en utilisant une démarche d'analyse émergente (Blais et Martineau, 2006). Cette démarche permet de dégager des significations centrales, parmi les données brutes et relevant des objectifs de recherche, qui conduiront à l'élaboration des catégories les plus révélatrices des objets de recherche identifiés au départ par la chercheure.

RÉSULTATS

Les analyses faites permettent de mettre en évidence certains aspects de la pratique d'enseignement de Louise qui cherchent à favoriser la participation des élèves en classe. Pour comprendre certaines des prises de décision de Louise, il est important de comprendre plus en profondeur comment elle fonctionne en classe et la perception qu'elle a de sa pratique *« habituelle »*.

Sa pratique habituelle

De manière générale, en ce qui concerne le fonctionnement de la classe, Louise nous explique lors de la première entrevue, qu'habituellement le travail avec les mathématiques commence par des plans de travail que les élèves reçoivent le vendredi. Ils peuvent commencer à regarder et à expérimenter la fin de semaine à la maison. Ensuite, qu'elle prévoit, dans son horaire de la semaine, des moments où elle fera un enseignement plus magistral, où elle donne des explications concernant le travail que les élèves ont à faire. Et finalement, qu'il y a toujours une partie correction collective qui a comme objectif de vérifier si tout le monde a compris.

« Je donne toujours des résolutions de problèmes ou presque toujours à chaque semaine. Puis, comment ça fonctionne c'est que je prévois […] des enseignements qui vont être plus magistraux sur la matière en mathématique […] plus des explications par rapport à ce qu'il y a comme travail à faire puis ce que les élèves ont peut-être déjà expérimenté dans le travail personnel. Puis on corrige toujours […] en groupe pour faire… pas les réinvestissements, mais pour vérifier si tout le monde a compris […] »

En ce qui touche sa pratique en classe, Louise nous explique qu'il y a certains aspects qui ne lui plaisent pas. Elle mentionne, entre autres, qu'elle n'est pas satisfaite de la façon dont elle introduit les concepts en classe et la manière dont le travail avec les élèves se déroule : « beaucoup de calculs, peu de manipulation, peu d'exploration des concepts,… ». Au cours de la recherche, elle justifie sa façon de faire par un manque de temps nécessaire à la préparation des cours, comme nous pouvons le noter dans l'extrait suivant :

« Le reste, je dois avouer que moi j'ai une semaine pour voir une notion mathématique, faudrait que je prenne beaucoup de temps pour penser, pour penser à développer pour chaque notion, […], peut-être pas pour chaque notion non plus. Ça serait merveilleux, ça serait merveilleux de le faire, mais le temps (*ne permet pas*) […] »

Notons que cette réflexion sur sa pratique liée à la contrainte institutionnelle va dans le même sens de celles soulevées par (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004). Ce questionnement sur sa propre pratique est le point déclencheur pour la participation de Louise à cette recherche. Nous verrons quels aspects de la pratique enseignante soulevés dans l'introduction de ce texte guident Louise dans sa manière de faire travailler les élèves, comment elle perçoit l'approche proposée dans la séquence et ce qu'elle retient de cette expérience. Par ailleurs, l'analyse des entrevues en cours de route et de l'entrevue finale permet de dégager ce qu'elle considère comme étant important dans son travail. Les réflexions qu'elle fait sur la séquence d'enseignement proposée en lien avec sa pratique « *habituelle* » portent sur les aspects suivants : • l'idée d'une introduction graduelle des concepts, •l'approche par le jeu, • l'organisation de la séquence en classe et • le travail en équipe. Les deux premiers aspects concernent surtout la séquence proposée et les deux derniers concernent plutôt certains principes qui la guident dans l'action. Ces différents aspects seront développés dans ce qui suit.

L'idée d'une introduction graduelle *étape par étape*

Louise souligne qu'elle arrivait trop rapidement, dans sa pratique *habituelle* avec des calculs et qu'elle n'était pas nécessairement satisfaite de cette manière de faire. Après le début de l'expérimentation, elle revient, lors des entrevues, sur certains aspects liés à l'organisation de la séquence et aux choix faits quant à la manière d'introduire les différents scénarios. À ce moment, elle nous laisse entendre, par ses propos, que la démarche proposée se distancie de sa manière habituelle de faire et, en quelque sorte, que cela lui convient. L'extrait suivant illustre ses propos dans le contexte de cette expérimentation :

« Bon, d'y aller avec les relations puis après ça, commencer à les saisir comme il faut, puis après ça les inclure dans les problèmes puis d'essayer de voir qu'est-ce que ça donne au bout du compte […]. Bien, la démarche, la démarche qui est proposée, c'est sûr c'était plus de l'exploration…des concepts, on explore puis à un moment donné on vient, on… on fait les liens »

L'approche par le jeu

Ensuite, et cela à maintes reprises, l'enseignant explicite que *l'approche par le jeu*, comme elle le nomme, c'est un moyen qui permet « d'engager » les élèves et de les faire participer en ayant du plaisir. Elle explicite souvent que « les élèves ont vraiment aimé. […] Ils ont beaucoup apprécié le jeu ». Nous pouvons identifier aussi à travers son discours une certaine prise de conscience quant à sa manière « *habituelle* » de faire en classe. À ce moment, elle aborde deux points. D'abord, qu'elle oublie des fois que ses élèves, ce sont des enfants. Ensuite, qu'on est souvent pris dans des habitus de travail. L'extrait suivant nous permet de voir comment Louise articule, dans son discours, ces aspects.

« Bien, je le sais pas, je veux dire bien souvent on est pris par nos matières, notre façon d'enseigner puis là quand on sort comme ça en jeu, c'est dont bien plaisant, pis là moi, j'ai du plaisir, on est tous heureux, ça me ramène à la réalité ».

Ses propos nous laissent supposer qu'elle entame un processus de réflexion qui viendrait combler certaines des insatisfactions qu'elle nous avait annoncées en lien avec sa pratique.

L'organisation de la séquence en classe

Comme nous l'avons souligné précédemment, un aspect qui guide Louise dans sa pratique est celui de la compréhension de concepts. Selon elle, la manière d'introduire les scénarios facilite chez les élèves la compréhension des concepts. L'extrait suivant permet d'observer le lien que fait l'enseignante entre le plaisir favorisé par cette séquence (*approche par le jeu*, selon ces mots) et la compréhension de concepts par les élèves, tout en se référant à l'aspect de sa pratique dont elle n'est pas satisfaite : « C'est agréable de passer par le jeu, ce que je ne fais pas assez souvent, puis les élèves ont vraiment aimé ça, pis ça leur permet vraiment de comprendre les concepts, sans trouver ça plate, difficile ».

Le travail en équipe

Comme elle le soulève précédemment, Louise attribue une importance au travail en équipe dans sa classe, surtout lors de la résolution de problèmes. Ce principe peut être observé à travers la place qu'occupent les élèves dans l'organisation du travail et les échanges en classe entre eux.

Elle justifie cette manière de faire participer les élèves (organisation du travail) par le fait qu'en équipe, on peut à la fois être confronté, échanger sur les stratégies, et principalement « débloquer », ce qu'elle considère très difficile à faire quand on est tout seul.

« c'est là que l'on a besoin de plus…d'essayer de mettre en mots, de voir les stratégies, de parler avec notre voisin puis essayer de comprendre, tu sais quand qu'on est bloqué, quelqu'un qui est bloqué en math, s'il est tout seul et qu'il ne peut pas avoir d'aide, il peut bloquer longtemps »

Le fait que Louise favorise un travail en équipe démontre, d'une certaine manière, l'importance qu'elle accorde au fait que les élèves comprennent. L'extrait suivant permet de voir pourquoi le travail en équipe est important pour elle « en équipe, ça permet de confronter des fois […], ça apporte beaucoup… dans les idées, dans la façon de voir que quand on est tout seul, bien on n'a pas cette richesse là ». Cette façon de travailler est mise de l'avant par l'enseignante dans sa pratique « *habituelle* » lors de la résolution de problèmes et privilégiée par la séquence d'enseignement qu'elle a expérimentée dans sa classe.

Nous croyons que le fait que les scénarios proposés fassent aussi appel à cet aspect, qui est considéré comme étant important par Louise, ait contribué, d'abord, à renforcer le principe sous-jacent – importance du travail en équipe – qui guide sa pratique et l'importance qu'elle accorde au travail en équipe comme moyen pour faciliter l'apprentissage et la participation des élèves. Ensuite, à justifier le fait qu'elle ait tant apprécié la séquence expérimentée.

EN GUISE DE CONCLUSION

D'abord, la possibilité de travailler en collaboration avec la chercheure sur l'expérimentation d'une séquence d'enseignement encourage chez Louise une pratique plus centrée sur la participation et sur une construction plus graduelle des concepts chez les élèves. Cela dit, et malgré le fait que l'enseignante ait fait part des nombreux avantages de travailler l'introduction des concepts d'une manière plus ludique (*approche par le jeu* selon ses mots) et plus graduelle, elle mentionne également que dans sa pratique quotidienne elle ne *peut* pas travailler de cette manière. Car, elle n'a pas le temps nécessaire pour faire toute la préparation ni le temps nécessaire qui doit être consacré au travail en classe.

Quels principes sont considérés comme étant importants par Louise afin de favoriser la participation des élèves? Quels aspects met-elle de l'avant dans son discours? Nos analyses permettent de constater que trois aspects sont considérés comme étant importants : l'approche par le jeu, où elle va avancer des justifications que soulignent par exemple que « ce n'est pas plate et c'est moins difficile »; le travail graduel basé sur la compréhension de concepts concerne surtout l'organisation des séances. Louise annonce qu'il faut faire attention pour ne pas sauter des étapes. Un travail graduel, selon elle, aide à comprendre; et finalement le travail en équipe qui favorise, chez les élèves, les échanges, les aide à débloquer et qui est enrichissant.

Nos analyses montrent aussi que certains aspects guident ses choix et ses réflexions. D'abord, au début de l'expérimentation, Louise explicite une certaine insatisfaction quant à sa pratique, soulignée, entre autres, par une routine que ne lui plait pas. Surtout à cause d'un manque de temps lié à la planification. Ensuite, pendant l'expérimentation, elle démontre une sensibilité quant à la manière de faire (pratique et organisation du travail en classe) proposée par la séquence d'enseignement. Manière de faire qui, selon elle, favorise l'apprentissage des élèves. Tout au long des entrevues et des rencontres, son discours nous laisse croire qu'elle est consciente de certains avantages liés à une telle démarche et à l'investissement qu'elle nécessite. Toutefois, Louise explicite également qu'elle ne peut pas s'investir de manière continuelle dans une telle démarche, faute de temps en classe car, comme elle nous a dit « une semaine, une notion » et faute de temps pour la préparation.

Alors, la question que nous nous posons repose sur jusqu'à quel point le fait d'avoir expérimenté cette façon d'introduire les concepts peut avoir un impact sur la pratique de l'enseignante à plus long terme. On se questionne aussi sur quoi faire pour inciter l'enseignante à surmonter les contraintes institutionnelles nommées (liées au manque de temps) et à développer, à d'autres moments, de telles activités et favoriser ainsi un changement dans sa pratique professionnelle. Changement qui semble être souhaité par l'enseignante.

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF, N. (1987). Processus de preuve et de validation. *Educational Studies in Mathematics* 18(2): 147-176.

BAUERSFELD, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 11: 23-41.

BAUERSFELD, H. (1994). Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom. . *The didactics of mathematics as a scientific discipline.* R. Biehler, Scholz, W., Straesser, R. & Winkelmann. Dordrecht, Kluwer**:** 133-146.

BEDNARZ, N. et M.-J. PERRIN-GLORIAN (2004). Formation à l'enseignement des mathématiques et développement de compétences professionnelles: articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. *Actes de Espace Mathématique Francophone.* Tozeur (Tunisie).

BEDNARZ, N. et M. SABOYA (2010). Recueil de notes de cours, Didactique de l'algèbre - Université du Québec à Montréal, Montréal.

BLAIS, M. et S. MARTINEAU (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives* 26(2): 1-18.

COBB, P., M. PERLWITZ et D. UNDERWOOD (1994). Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire. *Revue des sciences de l'éducation* 20(1): 41-61.

CONFREY, J. (1994). Splitting, similarity, and rate of change: A new approach to multiplication and exponential functions. *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. G. Harel et J. Confrey. Albany, NY, SUNY Press**:** 293-330.

HACHE, C. (2001). L'Univers mathématique proposé par le professeur en classe : observation, description, organisation. . *Recherches en didactique des mathématiques* 21(1.2): 81-98 : :La Pensée Sauvage.

KRUMMHEUER, G. (1998). Formats of argumentation in the mathematics classroom. *Language and communication in the classroom*. H. Steinbring, Bartolini-Bussi, M., Sierpinska, A. Reston, VA, NCTM.**:** 223-234.

MARCHAND, P. et N. BEDNARZ (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ* 39(4): 30-42.

MARCHAND, P. et N. BEDNARZ (2000). Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes. *Bulletin AMQ* 40(4): 15-25.

OLIVEIRA, I. (2009). *La proportionnalité à l'école : Qu'enseigne t-on? Qu'apprend-on?* Montréal, Éditions Bande Didactique.

ROBERT, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques* 21(1.2): 57-80: La Pensée Sauvage.

RODITI, É. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris, L'Harmattan.

ROGALSKY, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(3): 343-388: La Pensée Sauvage.

VERGNES, D. (2001). Effet d'un stage de formation en géométrie sur les pratiques d'enseignants de l'école primaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(1.2): 99-122.

Sur quoi se basent les choix didactiques de l'enseignant au moment de planifier sur la résolution de problèmes? Le cas de Pascale

Carmen Oval-Soto
Professeure, Université de Magallanes
Doctorante, Université Laval

RÉSUMÉ

Dans ce texte, nous présentons une partie de l'analyse de l'entrevue de Pascale[1], l'un des cinq enseignants de la deuxième année du primaire qui font partie de notre recherche doctorale. Pour analyser les entrevues, nous avons procédé à un codage émergent (Blais et Martineau, 2006). Notre analyse nous a permis de comprendre certains aspects que Pascale considère au moment de planifier les cours et qui pourraient faciliter le processus de résolution de problèmes chez les élèves. Parmi nos premiers résultats, nous pouvons constater que les choix didactiques de Pascale s'inspirent des situations de la vie quotidienne des élèves. Ces situations tiennent compte aussi d'éléments mathématiques comme la grandeur des nombres et les opérations arithmétiques. Elles permettent de développer une meilleur confiance chez l'élève pour choisir les bonnes données, les bonnes opérations et rédiger la réponse au problème proposé par Pascale. introduction

Les dernières réformes éducationnelles au Chili (MINEDUC, 2009), ont touché principalement les programmes de formation des élèves et la formation des enseignants. La reformes faite dans le programme de formation à l'école primaire n'a pas montré d'amélioration au niveau de la performance des élèves même s'il y a plus de quinze

ans que la réforme a été implantée[2] . Cisterna (2007) a signalé que même si le gouvernement a beaucoup investi dans le système éducatif, les résultats obtenus dans le test SIMCE[3] ne démontrent pas de variation positive du taux de réussite des élèves, situation qui met en doute autant la formation des futurs enseignants que la pratique des enseignants. Ce doute nous a amenés à réaliser différentes lectures dans le domaine de la didactique des mathématiques. Elles nous ont permis de constater que plusieurs études se sont centrées sur la manière dont les élèves font des mathématiques, mais peu sur la pratique enseignante autour de la résolution de problèmes. Ce qui nous incite à nous interroger sur les pratiques d'enseignement autour d'un contenu spécifique comme la résolution de problèmes de structure additive au primaire et comment elle est mise en place par l'enseignant. Pour cela, nous réaliserons une analyse de la pratique d'enseignement de Pascale, en prenant en considération les caractéristiques des pratiques enseignantes développées principalement par Robert et Rogalski (2002).

[1] Cet article est une partie de ma recherche doctorale intitulée: Les pratiques d'enseignement en mathématiques, les liens possibles entre l'enseignement et la résolution de problèmes de structure additive chez les élèves du primaire, dirigée par Izabella Oliveira et codirigée par Lucie DeBlois.

[2] Les dernières modifications au programme de formation de l'école primaire ont eu lieu l'année 2009.

[3] Le SIMCE est le «Système national de mesure des résultats d'apprentissages» du Ministère de l'Éducation. Son objectif principal est de contribuer à l'amélioration de la qualité et de l'égalité de l'éducation, en informant sur la performance des élèves dans différents domaines du programme scolaire national et en établissant un lien entre celle-ci et le contexte scolaire et social dans lequel évolue l'apprenant. Dans l'année 2009, les élèves ont eu à répondre à des tests dans les domaines des Langues, des Mathématiques et des Sciences. Ce test est rendu public depuis les années 80. Il est administré aux élèves de la quatrième année tous les ans depuis 2005 et aux deux ans dans le cas des élèves de la huitième année du primaire.

Carmen Oval-Soto
Professeure, Université de Magallanes
Doctorante, Université Laval

CADRE THÉORIQUE

Dans le domaine de la didactique des mathématiques, plusieurs auteurs ont analysé les pratiques d'enseignement du point de vue de l'enseignant comme professionnel, rôle qui est central dans la perspective de la double approche[4] (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004; Butlen, 2006; Butlen et al., 2009; Hache, 2001; Hache et Robert, 1997; Robert, 1999; Robert, 2001; Robert, 2007; Roditi, 2001; Rogalski, 2003; Vanderbrouck, 2008).

Robert (2001), dans une recherche portant sur l'analyse de la pratique des enseignants des mathématiques débutants au collège et au lycée, a défini la pratique de l'enseignant, comme étant : «l'ensemble des activités de l'enseignant qui aboutit à ce qu'il met en œuvre en classe [...] Les pratiques en classe désignent tout ce que dit et fait l'enseignant en classe, en tenant en compte de sa préparation, de ses conceptions et connaissances en mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes [...] Ces observables sont les constituants élémentaires des pratiques en classe : déplacements, écrits au tableau, discours et silences, mimiques» (p.66).

Cette définition met en évidence que la pratique de l'enseignant est le reflet d'un travail qui a sa propre cohérence et ne peut pas se réduire à des études en termes d'apprentissages des élèves. Des aspects tels que la stabilité, la cohérence et la complexité qui font partie d'une pratique de l'enseignement sont détaillées dans ce qui suit.

STABILITÉ DE LA PRATIQUE

Divers travaux sur les pratiques enseignantes nous ont permis de voir que ces pratiques sont en effet stables, c'est-à-dire que les décisions prises par l'enseignant dans une situation particulière ont tendance à être reprises à un autre moment. Surtout, si cette situation se répète dans une courte période de temps (Hache et Robert, 1997; Robert, 1999; Robert, 2001; Robert, 2005; Roditi, 2001; Roditi, 2003; Rogalski, 2003).

Dans une recherche portant sur les pratiques d'enseignants en lien avec les activités mathématiques des élèves au collège[5], Perrin-Glorian et Robert (2005) ont signalé que «la stabilité des pratiques d'un enseignant, dans des classes trop différentes d'un même établissement, peu s'interpréter [...] comme résultant de la cohérence développée par tout individu au travail et de la complexité des pratiques : lorsqu'un équilibre individuel est trouvé parmi les contraintes, le choix ne varie plus trop, sauf adaptations mineures» (p.99).

Postérieurement, Robert (2007) a montré que «la stabilité d'une pratique se marque par l'existence d'invariants qui peuvent être divers» (p. 273). Ces invariants peuvent être de différents ordres et ils vont des automatismes, comme l'utilisation de certains mots, à des gestes systématiques comme l'utilisation du tableau pendant une séance de classe. Il y a, aussi, d'autres invariants qui s'actualisent et s'adaptent à chaque mise en place de la planification comme, par exemple, la manière de gérer les périodes de travail chez les élèves.

CONHÉRENCE DE LA PRATIQUE ENSEIGNANTE

Un autre aspect de la pratique enseignante est la cohérence. Sur cet aspect, Roditi (2001) a montré que les pratiques enseignantes ne sont pas homogènes. Autrement dit, elles sont personnelles et cohérentes pour chaque enseignant. Il explique, aussi, que les choix de l'enseignant interviennent à plusieurs niveaux hiérarchisés, et ce, de manières différentes pour chaque enseignant. Des recherches ultérieures, chez des enseignants débutants (Robert, 2005; 2007), ont confirmé que la cohérence est développée de façon individuelle chez les enseignants. C'est-à-dire, les différentes conceptions des enseignants interviennent dans la cohérence de leur pratique et ces pratiques sont différentes d'un enseignant à l'autre. Ces conceptions peuvent faire référence à la psychologie de l'enseignant lui-même, aux mathématiques (leur enseignement et leur apprentissage) et à la profession. Cette cohérence, selon Oliveira (2009), se révèle dans l'organisation de l'activité[6] quotidienne de l'enseignant. Autrement dit, la cohérence s'observe dans les choix généraux de l'enseignant qui sont en relation avec l'enseignement mathéma-

[4] Cette perspective est fondée à partir de la théorie des situations didactiques de Brousseau et l'ergonomie du travail de Leplat.

[5] Le collège en France équivaut à l'école secondaire au Québec.

[6] Le mot activité dans le sens de Robert et Rogalski (2002).

tique, mais aussi, en relation avec la gestion de la classe (Butlen et al., 2003). Puisque la cohérence des pratiques est en lien avec la stabilité, cela expliquerait, d'une certaine manière, pourquoi la pratique enseignante est complexe comme on verra dans ce qui suit.

LA COMPLEXITÉ DE LA PRATIQUE ENSEIGNANTE

Un troisième aspect de la pratique enseignante est la complexité. Robert (2005) a montré que :

«La stabilité est renforcée par la cohérence individuelle des pratiques, basée sur une complexité certaine qui est possible d'être restituée par l'analyse des composantes devant être imbriquées» (p. 215)

La restitution de cette complexité peut être faite, selon Butlen (2006) en fonction des différents niveaux d'organisation tels des gestes professionnels, des routines et des genres, entre autres. Ces niveaux d'organisation, qui sont propres à l'enseignant, commencent à se constituer dès la formation initiale et se stabilisent dans la pratique même. C'est-à-dire que la pratique enseignante n'est pas réductible à des unités séparées et pour la comprendre en profondeur, il n'est pas suffisant de faire seulement une analyse de la préparation du cours, car plusieurs autres dimensions interviennent dans le travail réel de l'enseignant. Reconstituer ces différentes dimensions (planification, prise en compte du travail mathématique en classe, etc.) permet au chercheur de comprendre un peu plus les imbrications qui définissent une pratique enseignante.

OBJECTIF

Pour cet article notre objectif est d'«Expliciter les choix didactiques sur lesquels l'enseignant se base au moment de planifier sur la résolution de problèmes de structure additive»

MÉTHODOLOGIE

Pour répondre à notre objectif, nous avons procédé avec la méthodologie suivante : nous avons interviewé 5 enseignants volontaires, ayant un minimum de 5 années d'expérience au primaire et qui ont à leur charge une classe de 2e année du primaire. Nos sources de données, pour Pascale comme pour les autres enseignants, sont: des observations de séances en classe portant sur le travail de résolution de problèmes de structure additive, deux entrevues, l'une avant enseignement et l'autre après enseignement et finalement, l'administration du même test mathématique aux élèves avant et après enseignement (le test comprend 14 problèmes repartis en deux séances de 7 problèmes chacun).

ANALYSES

Pour expliciter les choix didactiques sur lesquels l'enseignant se base au moment de planifier sur la résolution de problèmes de structure additive, nous nous sommes basés sur la démarche méthodologique proposée par Blais et Martineau (2006). Cette démarche comporte 4 étapes. D'abord, préparer les données, c'est-à-dire, réaliser la transcription en format verbatim. Ensuite, réaliser plusieurs lectures du verbatim pour pouvoir identifier et décrire les premières catégories qui ressortent des nombreuses lectures, c'est-à-dire déterminer les catégories émergentes (troisième étape), réviser et raffiner ces catégories et finalement faire ressortir des autres catégories in vivo.

Pour réaliser l'analyse de l'entrevue avant enseignement de Pascale nous avons pris en considération les thèmes abordés dans l'entrevue. Parmi ces thèmes, nous trouvons l'articulation des connaissances antérieures des élèves, la planification globale de la résolution de problèmes sur l'année (découpage/choix), le contenu de la planification (ou choix de contenu), les situations plus précises (ou choix des situations à travailler) et les attentes ou éléments importants dans son enseignement. Dans une analyse plus large, nous avons pu identifier trois catégories qui guident la pratique de Pascale: sa conception de l'enseignement (les attentes et les difficultés anticipées par l'enseignante), les choix didactiques (les variables didactiques qu'elle prend en considération au moment de construire les problèmes comme la grandeur de nombres, la familiarité du contexte et la construction des énoncés) et finalement, la planification générale de la séquence (manière dont elle organise son enseignement ainsi que la progression de cet enseignement).

Dans cet article nous nous centrerons sur les explicitations faites par Pascale autour de ses choix didactiques, et les éléments qui les motivent lors de la planification de sa séquence. Alors, qui est Pascale? Sur quoi se basent ses choix didactiques au moment de planifier la résolution de problèmes?

PASCALE ET SES CHOIX DIDACTIQUES

Pascale est une enseignante qui a une formation en enseignement primaire et en enseignement de la musique pour le primaire. Elle a commencé à travailler en 2005. Donc, au moment de notre collecte de données, elle en était à sa sixième année d'expérience. La classe de Pascale est formée de 19 élèves (6 garçons et 13 filles) qui ont 7/8 ans. Nous avons interviewé et observé Pascale vers la fin de l'année scolaire au Chili, de la mi-octobre à la fin novembre 2010. Elle travaille avec ce même groupe depuis qu'ils sont en première année du primaire (soit depuis 2 ans).

L'analyse de son entrevue nous a permis d'identifier trois aspects, concernant les choix didactiques, sur lesquels Pascale se base au moment de planifier la résolution de problèmes: la familiarité du contexte, la grandeur des nombres et la construction de l'énoncé du problème.

LA FAMILIARITÉ DU CONTEXTE

Nos analyses montrent que les problèmes proposés par Pascale font appel à des situations de la vie quotidienne des élèves. Pour elle, la familiarité du contexte est le point de départ pour la création de problèmes, soit la manière la plus proche pour appliquer les mathématiques à la vie quotidienne, comme montre l'extrait suivant :

«Euh, eh bien, en premier lieu je travaille toujours des problèmes qui sont proches de la réalité des élèves. Des choses qui sont quotidiennes pour eux, comme quand ils vont au marché ou lorsque leur maman leur donne de l'argent de poche...». (Pascale, L86-L91)

LA GRANDEUR DE NOMBRES

En ce qui concerne cette catégorie, nos analyses montrent que Pascale commence par de petits nombres parce qu'elle veut que les élèves s'engagent dans la résolution de problèmes. Ce choix permet à Pascale de réaliser une progression dans la complexité des problèmes : passer de problèmes simples à des problèmes plus difficiles, en changeant seulement les nombres. L'extrait suivant montre comment Pascale organise la progression en prenant en considération autant la grandeur de nombres que l'opération arithmétique.

«J'organise les problèmes du plus simple au plus complexe. [...] si le document de travail que je vais donner aux élèves a plus d'une variable, j'essaie que les nombres qui sont là soient d'une grandeur inférieure à ce qu'ils connaissent ou que le résultat de l'addition ou de la soustraction n'ait pas une retenue» (Pascale, L209-L212)

CONSTRUCTION DE L'ÉNONCÉ

Quant à la construction de l'énoncé, nos analyses montrent que Pascale commence avec des énoncés qui incluent des calculs simples, sans retenue et sans emprunt. Pour augmenter la difficulté dans la structure, elle propose des problèmes qui comportent plus d'une opération ou des informations superflues. Dans l'extrait suivant elle nous explique cette manière de construire l'énoncé:

«Les problèmes sont souvent différents, mais la même question à la fin [...]. Et puis, je fais de modifications dans le paragraphe ou peut-être j'ajoute plus d'une opération. Ils (les problèmes) commencent à être plus complexes autant dans la structure que dans les opérations (avec emprunt ou retenue), cela va augmenter la complexité» (Pascale, L217-L219).

Bref, pour Pascale la familiarité du contexte prend une place importante dans sa planification. Cette familiarité du contexte, permet aux élèves d'aller chercher les connaissances qu'ils ont des éléments de la vie quotidienne pour représenter le problème proposé. Elle anticipe que la résolution sera ainsi plus facile pour les élèves. Dans le cas de la grandeur des nombres, Pascale utilise de petits nombres parce qu'elle veut, d'une part, encourager et engager les élèves dans la résolution de problèmes et d'autre part, éviter le blocage chez ces derniers. En ce qui concerne la construction de l'énoncé, elle s'imbrique à la familiarité du contexte et à la grandeur des nombres. Par ailleurs, Pascale crée une certaine progression de la résolution de problèmes en commençant par le problème de structure simple pour en arriver au problème de structure plus complexe.

Un exemple issu de l'observation

Dans la première séance enregistrée, Pascale a présenté aux élèves le problème suivant : Sébastian a 15 billes. Sa mère lui en a donné 14. Combien de billes a-t-il maintenant? Ici, on peut voir comment Pascale utilise un contexte familier (les billes) et des petits nombres (nombres inférieurs à 30). Dans cet exemple, l'opération est une addition sans retenue. Étant donné que le contexte est familier pour les élèves, Pascale pense qu'ils ne vont pas avoir de difficultés pour le résoudre. Dans un deuxième moment, Pascale présente la situation suivante : Sébastian a 29 billes. Il en a perdu 11. Combien de billes a-t-il maintenant?, on constate que dans la structure présentée aux élèves, elle garde la familiarité du contexte, «les billes» et les petits nombres dans l'énoncé (même si les élèves connaissent les nombres jusqu'à mille) et elle change l'addition pour une soustraction. Finalement, une fois que les élèves ont maitrisé la résolution des deux premiers types de problèmes, Pascale fait des changements au niveau de l'énoncé et ajoute une opération, comme on peut constater dans l'énoncé suivant : Sébastian a 15 billes, sa mère lui en a donné 14. Mais, il en a perdu 11. Combien de billes a-t-il maintenant? Elle l'a construit en jumelant deux énoncés en un seul problème. Donc, les élèves vont déterminer quelle opération ils doivent d'abord réaliser (une addition ou une soustraction) pour réussir la résolution du problème.

EN GUISE DE CONCLUSION

Mais, qu'est-ce qu'on apprend sur la pratique de Pascale et ses choix en tant qu'enseignante lors de la planification de la résolution de problèmes? Nous avons appris avec l'analyse de l'entrevue de Pascale qu'elle veut garder l'intérêt et l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes. Ces choix autour de la familiarité du contexte et de la grandeur des nombres la guident pour éviter le blocage et la frustration des élèves face à la résolution elle-même. Nos analyses nous ont permis de dégager aussi que Pascale veut éviter que les élèves fassent des erreurs dans la résolution. Alors, elle utilise de petits nombres et des opérations simples pour construire les énoncés. Ainsi, elle leur offre une certaine sécurité. Finalement, nos analyses ont montré que dans le cas de Pascale, l'imbrication des choix didactiques fait tout le temps parti de sa planification et elle les utilise de manière progressive dans la construction de l'énoncé, comme on a pu le constater dans l'exemple des billes.

Cet article présente une première analyse, à partir de ce que Pascale nous a mentionné en entrevue. Pour être en mesure de mieux cerner la cohérence, la stabilité et la complexité de sa pratique, des croisements entre les entrevues et les séances en classe seront nécessaires. Ces croisements permettront de faire le point entre le discours qu'un enseignant a quant à sa pratique d'enseignement autour de la résolution de problèmes de structure additive et les séances faites en classe pour mieux saisir et caractériser la pratique enseignante.

BIBLIOGRAPHIE

BEDNARZ, N., et PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2004) Formation à l'enseignement des mathématiques et développement de compétences professionnelles: articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. Actes d'Espace Mathématique Francophone (EMF) Tozeur, Tunisie.

BLAIS, M., et MARTINEAU, S. (2006) L'analyse inductive générale: description d'une démarche visan à donner un sens à des données brutes. *Recherches Qualitatives*, 26(2), 1-18.

BUTLEN, D. (2006) Stratégies et gestes professeurs des écoles débutants en enseignanr dans des écoles de milieux défavorisés: un enjeu pour les apprentissages des élèves. L'enseignement des Mathématiques face aux défis de l'école et des communautés, Sherbrooke.

BUTLEN, D., CHARLES-PÉZARD, M., et MASSELOT, P. (2009) Gestes et routines professionnelles: un enjeu pour analyser et intervenir sur les pratiques enseignants. Pratiques d'enseignants dans les classes et apprentissage mathématique des élèves, Dakar.

BUTLEN, D., MASSELOT, P., et PÉZARD, M. (2003) De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommées en ZEP/REP à des stratégies de formation. *Recherche et Formation*(44), 45-61.

CISTERNA, F. (2007) Reforma educacional, capital humano y desigualdad en Chile. *Horizontes Educacionales*, 12(2), 43-50.

HACHE, C. (2001) L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. Observation, description, organisation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(1.2), 81-121.

HACHE, C., et ROBERT, A. (1997) Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait «fréquenter» les mathématiques à ses élèves pendant la classe? *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3), 103-150.

MINEDUC. (2009) Objetivos Fundamentales y Contenidos Minimos Obligatorios de la Educacion Basica y Media. Ministère de l'Éducation: Santiago, Chili.

OLIVEIRA, I. (2009) *La proportionnalité à l'école: Qu'enseigne-t-on?, Qu'apprend-on?*, Montréal: Éditions Bandes Didactiques.

PERRIN-GLORIAN, M.-J., et ROBERT, A. (2005) Analyse didactique de séances de mathématiques au collège : pratiques d'enseignants et activités mathématiques d'élèves. *Les dossiers de Sciences de l'Éducation*(14), 95-110.

ROBERT, A. (1999) Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe. *Didaskalia*(15), 123-157.

ROBERT, A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier enseignant *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(1.2), 57-80.

ROBERT, A. (2005) Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré: un point de vue didactique. *Anales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 209-249.

ROBERT, A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré): une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(3), 271-312.

ROBERT, A., et ROGALSKI, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: Une double approche *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2(4), 505-525.

RODITI, É. (2001) *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires.*, Université Paris 7- Denis Diderot, Paris.

RODITI, É. (2003) À la recherche du métier par l'analyse des pratiques ordinaires. Journée d'étude de l'IUFM Nord-Pas-de-Calais: De la recherche sur les pratiques d'enseignement au développement d'outils pour la formation, Pas-de-Calais.

ROGALSKI, J. (2003) Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.

VANDERBROUCK, F. (2008) *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants.*, Toulouse: Éditions Octares

Étude expérimentale des conditions favorables au développement des écrits préparatoires à l'algèbre

Audrey Perreault, Maryvonne Merri et Daphné Laurin-Landry
Université du Québec À Montréal

RÉSUMÉ

Cette recherche a pour enjeu l'examen des conditions favorables à la mise en œuvre d'un instrument général pour la résolution de problèmes de structure ax + by = d (avec x + y =c). Quatre problèmes isomorphes sont proposés à des élèves de la fin de l'école primaire en Secondaire 4. Contrairement à l'hypothèse émise au préalable, favoriser les écrits multiplicatifs de preuve ne constitue pas une condition favorable à l'évolution des écrits vers des instruments multiplicatifs généraux permettant à la fois le calcul et le contrôle de la solution.

1-Les conditions d'un milieu favorable

Plus que la résolution de problèmes isolés, l'enjeu de l'enseignement des mathématiques à l'école secondaire est la maîtrise de types de tâches (Chevallard, 1992) par l'emploi d'une technique définie comme un acte à la fois « traditionnel » et « efficace » (Mauss, 1936)[1]. Une technique est alors motivée par la confrontation répétée à des tâches problématiques d'un même type : en effet, à travers une solution spécifique, on pourra envisager un moyen approprié et général de résolution.

Le plus souvent, les curricula prévoient peu de délai entre la présentation des tâches d'un type donné et l'établissement de la technique associée. L'élève doit alors montrer sa maîtrise de cette technique par l'ostension du système de signes et des gestes convenus (Bosch, 1991, 1994 ; Bosch & Chevallard, 1999). Par exemple, lorsque le temps de l'algèbre est venu, on attend des élèves qu'ils manipulent des équations et qu'ils réalisent des opérations comme la substitution ou la combinaison.

Notre recherche propose l'examen expérimental d'un dispositif différent, se fondant sur la multi-présentation de problèmes isomorphes : l'étude de quatre problèmes à deux contraintes regroupés dans un même livret est proposée à 304 élèves québécois de la cinquième année du Primaire au Secondaire 4[2]. Cette procédure expérimentale a pour visée l'étude des phénomènes d'usage et de genèse d'instruments mathématiques sans intervention professorale directe. Quelles sont alors les conditions favorables à une genèse d'un instrument écrit et général de résolution ?

Pour préparer un milieu favorable, nous avons analysé, dans les travaux de psychologie et de didactique des mathématiques, les conditions nécessaires et favorables à la résolution des problèmes à deux inconnues. Un tel milieu réunit, selon la littérature les quatre conditions suivantes :

1-1-Condition 1 : Présenter simultanément plusieurs problèmes du même type.

La multi-présentation de problèmes isomorphes est une procédure éprouvée en psychologie expérimentale du raisonnement analogique. Cette procédure permet, en premier lieu, une extraction des caractéristiques structurales du problème et un accroissement significatif de la performance (Cauzinille-Marmèche & Julo, 1998 ; Nguala, 2005). L'élève reconnaît une même structure dans les problèmes successifs et élaborerait ainsi un modèle mathématique des problèmes isomorphes rencontrés.

La multi-présentation des problèmes favorise, en second lieu, la transformation volontaire des ins-

---

[1] « J'appelle technique un acte *traditionnel efficace* (et vous voyez qu'en ceci il n'est pas différent de l'acte magique, religieux, symbolique). Il faut qu'il soit *traditionnel et efficace.* Il n'y a pas de technique et pas de transmission, s'il n'y a pas de tradition. » (Mauss, 1936)

[2] Pour des raisons d'espace, cet article ne développera pas les résultats relatifs aux différents niveaux scolaires.

truments écrits par les élèves. En effet, lorsque plusieurs problèmes isomorphes sont proposés à des élèves, l'activité n'a pas pour seul enjeu la performance mais est également orientée vers l'ajustement des instruments écrits afin de réaliser les différentes fonctions de résolution de problème : la représentation du problème, le calcul et le contrôle de la solution. Un instrument qui combine ces différentes fonctions est une représentation calculable (Vergnaud, 1975). Selon leur niveau scolaire, les élèves disposent d'instruments différents et deux options s'offrent alors à eux : privilégier l'extension d'un instrument antérieur ou combiner de façon originale des instruments pré-existants comme autant de « bouts de ficelle » dans un esprit de bricolage (Levi-Strauss, 1962).

1-2- Condition 2 : Favoriser l'emploi d'un schème familier.

La deuxième condition consiste à favoriser l'emploi d'un schème familier pour amorcer l'étude du type de problèmes. Le concept de schème familier est emprunté à Boder (1992). Il s'agit d'un schème aisément accessible et dont l'application donne une signification à la situation qui apparaît alors familière (valeur épistémique). Les schèmes familiers permettent également au sujet de s'engager dans la recherche d'une solution au problème (valeur heuristique).

Cependant, la validité des schèmes familiers est souvent incomplète car ils sont trop locaux ou trop coûteux et il peut être difficile pour certains sujets de remettre en question un schème qui leur a permis de s'engager dans la recherche d'une solution voire de l'obtenir (Coulet, 2011).

1-3- Condition 3 : Déstabiliser l'emploi de représentations analogiques par un jeu de variables approprié.

L'emploi de schèmes familiers s'appuie souvent sur des représentations analogiques des problèmes. Seul un choix adéquat des variables didactiques (Brousseau, 1986) est susceptible de faire évoluer l'instrument de résolution.

La première variation est l'augmentation de la taille des nombres avec pour effet une augmentation du coût de l'usage du schème familier. Une autre variation porte sur les caractéristiques sémantiques du problème de telle sorte que le schème familier mobilisé pour les premiers problèmes ne permette plus d'attribuer aisément une signification aux problèmes suivants. Plusieurs processus sont alors envisageables pour les sujets : un glissement sémantique du problème vers une assimilation aux problèmes précédents, une genèse instrumentale par transformation de l'instrument, ou un abandon de l'instrument (Rabardel, 1995). Les transformations des instruments sont nécessaires pour maintenir une technique à la fois efficace pour une classe étendue de problèmes et maniable pour ses utilisateurs. Mais elles correspondent également à une difficulté majeure pour les élèves surtout dans le cas des représentations analogiques (Duval, 2006a, 2006b).

1-4- Condition 4 : Favoriser la formulation de la solution du problème.

La résolution d'un problème peut être orientée vers la réussite et/ou vers la compréhension des raisons permettant d'expliquer cette réussite (Piaget, 1974). Les élèves peuvent disposer d'instruments de recherche de la solution qui peuvent être différents des instruments de formulation de la solution. La formulation de la solution en langage naturel ou arithmétique permet d'établir une relation entre les données et les valeurs trouvées dans le problème. Les instruments de formulation de la solution ont donc un double statut, à la fois procédural et structural (Sfard, 1991, 2010) et constitueraient des intermédiaires entre réussite et compréhension.

Favoriser la formulation de la solution du problème permettrait de créer des opportunités d'évolution des écrits vers des instruments permettant à la fois la représentation du problème, le calcul et le contrôle de la solution.

2- METHODOLOGIE

2-1- Procédure expérimentale

304 élèves issus de différents niveaux scolaires québécois allant de la 5è année du primaire à la 4è année du secondaire participent à l'étude. La tâche a lieu en classe et les élèves disposent d'une heure pour résoudre les quatre problèmes individuellement. Les problèmes présentés sont les mêmes pour tous les niveaux scolaires.

Le livret utilisé pour la tâche est composé de quatre problèmes mathématiques isomorphes à deux contraintes et deux variables de forme x+y=c et ax+by=d (condition 1).

Les deux premiers problèmes (A et B) utilisent un contexte semblable, se référant au nombre de chambres disponibles par personne et suggérant une relation de contenant (les chambres) et de contenu (les lits) et un schème familier de répartition est donc mobilisable (condition 2). Les deux derniers problèmes (C et D) introduisent une variation sémantique car ils portent sur le calcul du coût de billets de spectacle. Le champ numérique des variables augmente également d'un problème à l'autre (condition 3).

Une aide est fournie à 162 élèves pour le problème B sous la forme de trois propositions de solution à partir desquelles l'élève peut élaborer sa réponse. Cette aide a pour effet attendu de favoriser l'écriture de la preuve sous la forme (4 x 8) + (2 x 6) = 44 (condition 4).La consigne donnée aux élèves est de résoudre les problèmes dans l'ordre souhaité sans effacer les calculs ; on propose plutôt aux élèves de raturer ces éléments. L'élève doit indiquer l'ordre dans lequel il résout les problèmes sur la première page du livret ainsi que le niveau de sa classe. Les élèves sont avisés que l'on soumet les mêmes problèmes à des élèves de niveaux scolaires différents. Ils sont également informés que les résultats sont anonymes. Pour ce faire, chaque copie d'élève se voit assigner un numéro d'identification de façon arbitraire.

Voici le tableau récapitulatif des énoncés et des principales caractéristiques des quatre problèmes du livret :

Problèmes	Contexte sémantique	Structure	Augmentation du champ numérique	Énoncé
A	Chambres	**x+y=c** **ax+by=d**	c=13 d=20	Dans un hôpital, il n'y a que des chambres de 1 lit et des chambres de 2 lits. Aujourd'hui, l'hôpital est complet : 20 patients occupent les 13 chambres de l'hôpital. Combien de chambres à 1 lit et combien de chambres à 2 lits y-a-t-il ?
B			c=14 d=44	Dans un refuge de montagne, il n'y a que des chambres de 2 lits et des chambres de 4 lits. Aujourd'hui, il affiche « complet » : 44 randonneurs occupent les 14 chambres du refuge. Combien de chambres à 2 lits et combien de chambres à 4 lits y-a-t-il ? *<u>La moitié des élèves disposent de l'aide suivante</u> : « Pour t'aider, tu peux vérifier les réponses suivantes données par trois élèves :* *Pierre a répondu : 7 chambres à 2 lits et 7 chambres à 4 lits.* *Magalie a répondu : 6 chambres à 2 lits et 8 chambres à 4 lits.* *Reine a répondu : 4 chambres à 2 lits et 9 chambres à 4 lits. »*
C	Prix		c=35 d=135	Pour le spectacle de la classe, on a vendu 35 billets. Un billet pour un enfant coûte 3 $ et un billet pour un adulte coûte 5 $. La vente des billets a rapporté 135 $. Combien de billets au tarif enfant et combien de billets au tarif adulte ont été vendus ?
D			c=81 d=285	Pour le spectacle de l'école, on a vendu 81 billets. Un billet pour un enfant coûte 3 $ et un billet pour un adulte coûte 5 $. La vente des billets a rapporté 285 $. Combien de billets au tarif enfant et combien de billets au tarif adulte ont été vendus ?

Tableau 1. Présentation des quatre problèmes du livret.

Audrey Perreault, Maryvonne Merri
et Daphné Laurin-Landry
Université du Québec À Montréal

2.2. Codages des écrits de résolution

Pour chaque résolution de problème, deux codages sont réalisés : d'une part, la performance (réussite/échec/sans réponse) et d'autre part l'instrument écrit utilisé par les élèves. Ce second codage est réalisé à partir d'une catégorisation des écrits des élèves.

Deux catégories d'écrits de résolution sont distinguées: d'une part, les calculs utilisant les données du problème sans compréhension de la structure de celui-ci et d'autre part, les instruments écrits qui permettent la résolution effective des problèmes.

Les calculs sur les données sans prise en compte des contraintes

Le premier calcul est une division du nombre total c ou une multiplication des données.

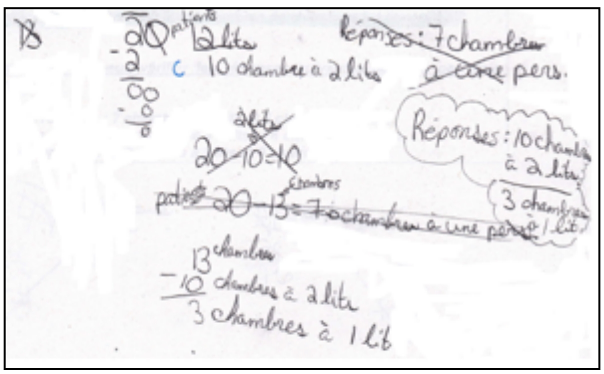


Figure 1. Division du nombre de chambres par 2 (lits) pour trouver le nombre de chambres à 2 lits.

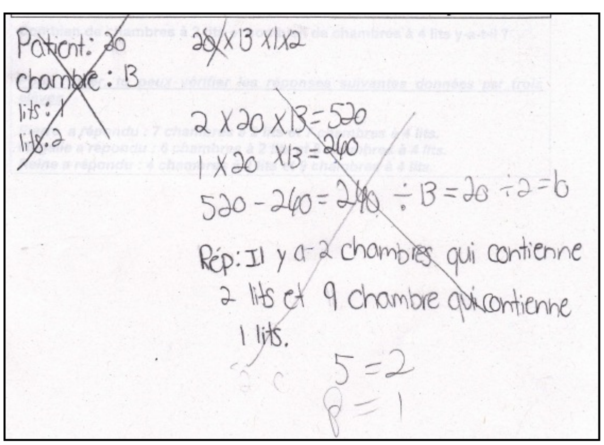


Figure 2. Multiplication de d x c x a x b

Les représentations figuratives

Les élèves utilisant ces instruments (figure 3 et figure 4 ci-dessous) représentent d'abord l'une des contraintes (le nombre total de chambres). Dans la figure 3, l'action de l'élève sur le dessin porte sur la seconde contrainte (le nombre total de randonneurs) : les randonneurs (contenu) sont répartis dans les chambres (contenant), selon le schème familier de distribution qui accompagne le dénombrement. L'instrument utilisé permet à la fois à l'élève de représenter le problème, de chercher la solution et de la contrôler. Lorsque des chiffres sont utilisés (figure 4), l'élève doit calculer pour chaque essai la somme totale. Cette seconde représentation est très proche des listes numériques.

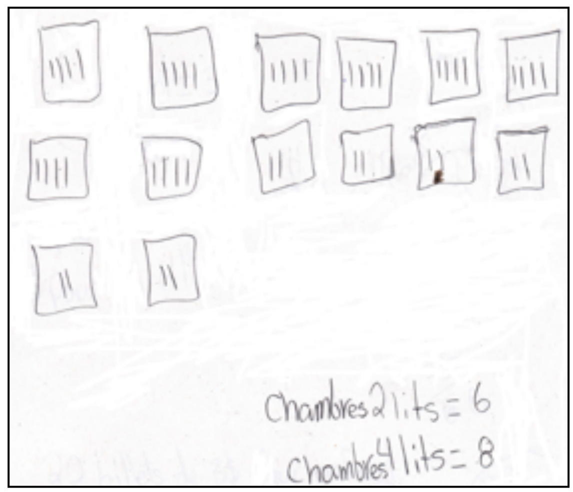


Figure 3. Résolution du problème B par un élève de Secondaire II. 14 chambres sont représentées avec 2 ou 4 randonneurs.

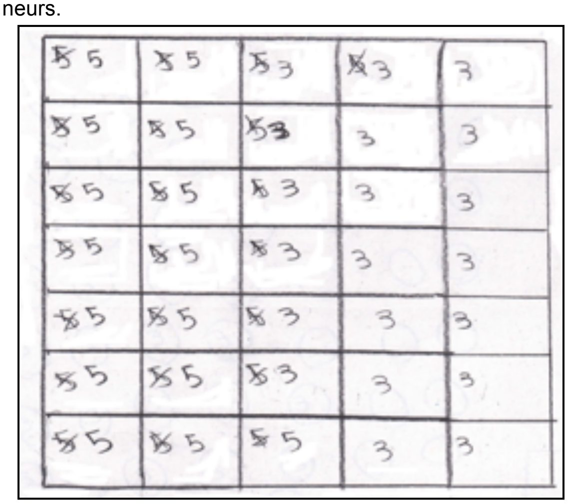


Figure 4. Résolution du problème C par un élève de 6ème année de Primaire. Les 35 billets sont représentés avec affectation du nombre 3 ou 5. Le tâtonnement est visible.

Les listes numériques

Dans les listes numériques, c nombres (autant de nombres que la contrainte c) sont représentés en ligne ou en colonnes. Cette représentation n'est plus figurative. Dans la figure 5 ci-dessous, l'élève introduit le signe opératoire « + » entre les éléments de la liste qui sont placés horizontalement.

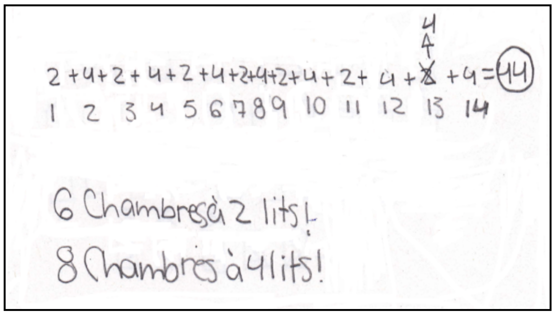


Figure 5. Résolution du problème B par un élève de Secondaire 2. Les chambres sont numérotées horizontalement de 1 à 14 (seconde ligne) et l'élève y affecte les nombres 2 ou 4.

Les listes maintiennent les avantages principaux du dessin. En effet, l'arrangement ordinal permet d'allouer les valeurs « a » ou « b » (ici a = 2 et b = 4) à chaque emplacement comme dans un dessin. Une propriété opératoire fait cependant la différence avec le dessin : les listes sont associées à la technique de l'addition et non plus au dénombrement. Une partie des élèves (figure 6) présente, de ce fait, les listes sous la forme verticale et non plus horizontale. Par ailleurs, écrire devient un moyen de communiquer à autrui la solution du problème.

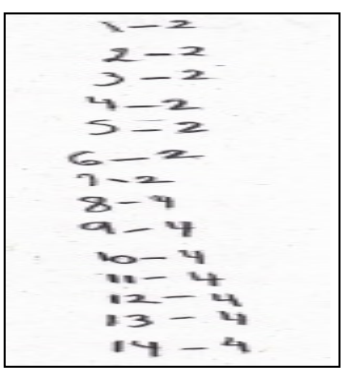


Figure 6. Résolution du problème B par un élève de Secondaire 2. Les chambres sont numérotées verticalement de 1 à 14 et l'élève y affecte les nombres 2 ou 4. On notera que l'élève échoue.

Les instruments multiplicatifs

Ces instruments sont tous construits sur la structure *ax + by*. Il existe néanmoins de nombreuses variations de ces instruments. Ainsi, l'élève de la figure 7 essaie des couples de nombres (x,y) tandis que l'élève de la figure 8 utilise seulement la structure ax + by pour apporter la preuve du couple-solution trouvé.

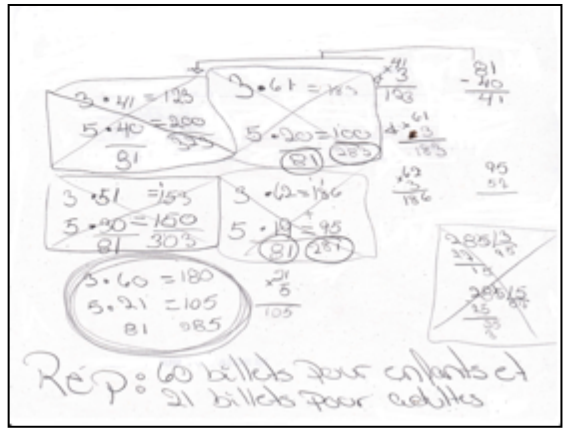


Figure 7. Résolution du problème D par un élève de Secondaire 2. L'élève procède par essais et erreurs en maintenant la contrainte « 81 billets ». La structure de l'écrit est constante : les produits sont placés en ligne. L'élève utilise également cette structure pour communiquer avec le lecteur en entourant la réponse.

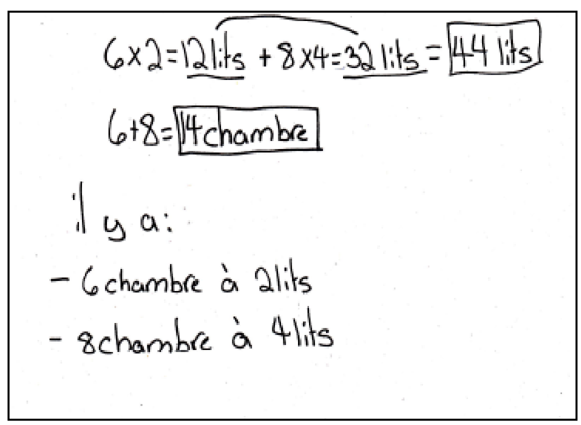


Figure 8. Communication de la preuve de la solution du problème B par un élève de Secondaire 2. Cet élève n'utilise la structure multiplicative que pour communiquer avec le lecteur.

Les instruments alphanumériques

Les élèves les plus avancés dans la scolarité sont susceptibles de résoudre des problèmes à une inconnue (ou qui peuvent être ramenés à une inconnue) en utilisant des méthodes algébriques. Bien qu'ils ne soient pas toujours utilisés avec efficience, ces instruments introduisent un changement important : ils permettent à la fois de représenter le problème et de calculer sa solution (figure 9 ci-dessous).

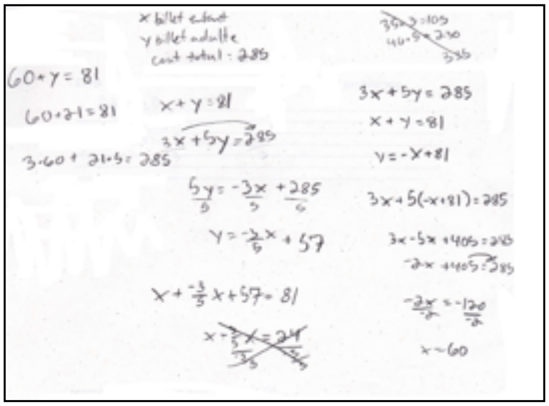


Figure 9. Résolution du problème D par un élève de Secondaire 4. L'élève utilise une méthode de résolution par substitution, ce qui permet de ne faire porter le calcul que sur une seule inconnue.

2.3. Analyse statistique des données

Les données produites par le codage des résolutions de problèmes sont traitées à l'aide du logiciel CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive) (Gras, Régnier et Guillet, 2009). À la population d'élèves sont associées les variables (performances, instruments écrits utilisés) pour lesquelles nous recherchons des degrés d'implication. La base de données est explorée pour répondre à des questions telles que :

Les élèves ont-ils tendance à utiliser un instrument b pour un problème P_2 si l'on sait qu'ils utilisent un instrument a pour un problème P_1 ?

Outre des traitements statistiques classiques, le logiciel réalise des graphes implicatifs dans lesquels les variables possèdent une intensité d'implication supérieure à un certain seuil. Le seuil choisi pour cette recherche est de .99. CHIC permet également de représenter une structuration en classes cohésitives de variables, classes constituées à partir des implications entre celles-ci.

3. RÉSULTATS

3.1. Il existe une hiérarchie des performances du problème A au problème D.

L'analyse de la performance des élèves met en évidence une progression décroissante du taux de réussite du problème A au problème D (tableau 2). 71 % des élèves réussissent le problème A tandis qu'ils ne sont plus que 37% à réussir le problème D.

	A	B	C	D
Effectif	215	188	133	113
%	.71	.62	.44	.37

Tableau 2. Pourcentage de réussite des élèves par problème (N=304)

L'arbre cohésitif de la figure 10 appuie cette hiérarchie de difficulté. En effet, la réussite de B implique à .99 qu'il y a eu réussite en A. La réussite de C et de D implique qu'il y a eu réussite de A et de B. Ce phénomène montre qu'il y a une rupture en termes de performance entre les problèmes A et B et les problèmes C et D.

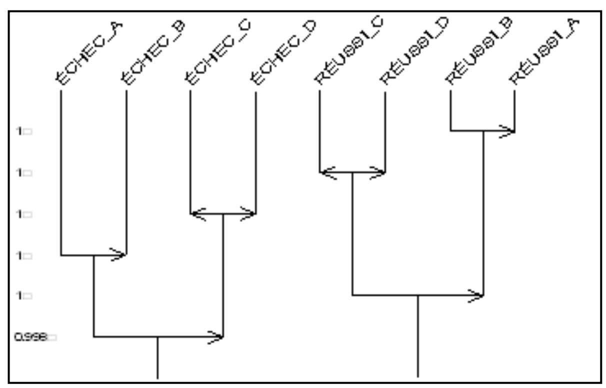


Figure 10. Arbre cohésitif de la performance par problème

Enfin, l'analyse de la performance selon le niveau scolaire et le problème révèle que si l'écart de performance est massif entre les problèmes C et D jusqu'en début de Secondaire 2, cet écart est nul à partir de la fin du Secondaire 2.

3.2. L'utilisation du dessin et de la liste est caractéristique des problèmes A et B.

L'utilisation du dessin ou de la liste pour le problème A (44% des 304 élèves) mène à une réussite pour 78% des élèves (tableau 3). De façon similaire, 70% des élèves ayant utilisé le dessin ou la liste pour le problème B (39%) l'ont réussi. Cependant, l'on observe une diminution importante de l'utilisation de ces instruments afin de résoudre les problèmes C et D (23% et 14%). Le taux de réussite des problèmes C et D lorsqu'il y a utilisation du dessin ou de la liste tombe respectivement à 44% et à 25%. L'instrument le plus utilisé pour les problèmes A et B n'est donc pas le même que pour les problèmes C et D.

	Utilisation du dessin ou de la liste		Réussite avec le dessin ou la liste
Problème	n (N=304)	%	%
A	133	.44	.78
B	118	.39	.70
C	70	.23	.44
D	44	.14	.25

Tableau 3. Réussite par problème parmi les élèves qui utilisent le dessin ou la liste *Ex. Pour le problème A, 44% des 304 élèves ont utilisé le dessin ou la liste. 78% d'entre eux l'ont réussi.*

Seuls 13 élèves utilisent le dessin pour l'ensemble des problèmes. Parmi ceux-ci, 4 élèves parviennent à transposer une relation de contenant à contenu pour les problèmes C et D, effectuant ainsi un glissement sémantique : les dollars sont contenus dans les billets soit sous un format discret (bâtons), soit sous un format numérique. Pour 7 élèves, le dessin assure la fonction épistémique de représentation du problème C ou D ou la fonction de preuve sans réaliser la fonction de résolution de problème. Enfin, 2 élèves ne parviennent pas à transposer les contraintes des problèmes C et D dans un dessin.

3.3. L'utilisation d'instruments multiplicatifs est caractéristique des problèmes C et D.

L'utilisation de la multiplication pour résoudre les problèmes C et D est la stratégie la plus fréquente et la plus efficace (70% de réussite). L'algèbre est utilisée pour C et D avec respectivement 56% et 54% de réussite. La multiplication, qu'elle soit utilisée numériquement ou alpha numériquement, est la stratégie la plus efficace. L'analyse des instruments utilisés par les élèves pour la suite des problèmes révèle que 72% des élèves utilisant un instrument multiplicatif en C ont utilisé un instrument multiplicatif en A et/ou en B.

3.4. L'aide apportée en B ne favorise pas la transition vers l'emploi de l'instrument multiplicatif.

L'arbre implicatif ne montre pas de relation entre l'aide en B sous la forme de couples-solutions et le passage à un instrument multiplicatif en C. Les calculs de Khi deux appuient ce résultat : la variable aide en B est indépendante de la variable réussite en B et de la variable réussite en C ; l'aide apportée en B est indépendante de l'utilisation d'un instrument multiplicatif en C. De plus, les élèves ayant bénéficié de l'aide en B en utilisant la multiplication avaient déjà significativement plus souvent utilisé celle-ci en A (Khi2 significatif à .05). Ainsi, l'aide apportée en B ne permet pas une transition vers l'emploi de l'instrument multiplicatif.

	Utilisation du dessin			Utilisation de l'algèbre			Utilisation des multiplications		
Problème	n	%	r%	n	%	r%	n	%	r%
C	70	.23	.44	43	.14	.56	128	**.42**	**.70**
D	44	.14	.25	39	.13	.54	117	**.38**	**.70**

Tableau 4. Comparaison du pourcentage de réussite des problèmes C et D selon l'instrument utilisé

4. DISCUSSION ET CONCLUSION

Cette recherche avait pour enjeu de créer et d'examiner les conditions favorables à l'utilisation d'un instrument général de résolution des problèmes ayant pour structure commune : a x + b y = d avec x + y = c. Pour cela, nous avons proposé aux élèves quatre problèmes ayant cette structure. Deux conclusions sont importantes pour poursuivre les travaux.

La première conclusion porte sur l'identification de l'instrument général de résolution de ces problèmes. Avant l'introduction scolaire de l'algèbre (dont nous n'observons évidemment aucun développement spontané dans les écrits des élèves), l'instrument multiplicatif utilisé par essais et erreurs (figure 7) ou par la méthode de fausse position se révèle être l'instrument général par excellence. Il s'appuie sur les propriétés de l'espace gauche/droite, haut/bas et sur la répétition de la structure. La mise en œuvre de cet instrument dès le problème A est une condition favorable à la réussite des problèmes C et D. En effet, la majorité des élèves qui emploient l'instrument multiplicatif en C l'emploient déjà en A et/ou en B. Ils semblent donc reconnaître qu'ils résolvent un type de tâches et non des problèmes différents. À l'opposé, pour une grande partie des élèves, les problèmes C et D demeurent des obstacles infranchissables faute d'instrument multiplicatif. L'introduction d'un contexte favorable au dessin en A et B n'est pas suivie d'une adaptation de cet instrument en C et D (point 3.2). Ainsi, les conditions 2 et 3 sont effectives mais une condition intermédiaire permettant le développement de l'écrit du dessin vers l'instrument multiplicatif reste à identifier.

La deuxième conclusion de cette recherche concerne l'invalidité de la condition 4 : l'aide apportée au problème B ne constitue pas une transition vers l'instrument multiplicatif (point 3.4). Des analyses complémentaires non présentées dans cet article mettent en évidence que, lorsque les élèves font un dessin et communiquent ensuite une preuve multiplicative pour les problèmes A et B, ils ne réinvestissent pas ce dernier instrument pour calculer la solution des problèmes C et D. Ainsi, ces élèves sont capables d'utiliser un instrument de preuve pour contrôler une solution obtenue par l'emploi d'un schème de répartition ; ils échouent, par contre, à transformer cet instrument multiplicatif de preuve en un instrument permettant de représenter le problème et de calculer la solution. D'un point de vue psychologique, la résolution des problèmes reste activée de façon descendante par le but (trouver deux valeurs avec les données du problème) et non par une structure modélisant ce problème (contrôle ascendant) (Saada-Robert, 1989).

Aussi, à l'issue de cette expérience et de l'analyse des données, les conditions favorisant le passage d'un contrôle descendant à un contrôle ascendant restent encore à découvrir.

BIBLIOGRAPHIE

BODER, A. (1992). Le schème familier, unité cognitive procédurale privilégiée. *In.* B. Inhelder, G. Cellérier, E. Ackerman, A. Blanchet, A. Boder, D. de Caprona, J.-J. Ducret & M. Saada-Robert (éd.), *Le cheminement des découvertes de l'enfant* (p. 193-212). Neuchâtel, Paris: Delachaux & Niestlé.

BOSCH, M. (1991) *El semiotic i l'instrumental en el tractament clàssic de les situacions de proportionalitat.* Thèse de doctorat non publiée. Université de Barcelone, Espagne.

BOSCH, M. (1994). Les instruments du travail mathématique : le cas de la proportionnalité. *In*. M. Artigue & al. (éd.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (p. 305-312). Grenoble: La pensée sauvage.

BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques,* 19/1, 77-124.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 33-115.

CAUZINILLE-MARMÈCHE E. & JULO J. (1998). Studies of micro-genetic learning brought about by the comparison and solving of isomorphic arithmetic problems. *Learning and Instruction*, 8-3*,* 253-269.

CHEVALLARD Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 12.1, 73-112.

COULET, J.C. (2011). La notion de compétence : un modèle pour décrire, évaluer et développer les compétences. *Le travail humain,* 1/2011, 1-30.

DUVAL, R. (2006a). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61,103–131

DUVAL, R. (2006b). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques. *Relime*, Numéro spécial, 45-81.

GRAS, R., RÉGNIER J.C. ET GUILLET, F. (2009). *Analyse Statistique Implicative Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalités*. Toulouse : Cépaduès.

LEVI-STRAUSS, C. (1962). *La pensée sauvage*. Paris: Plon.

MAUSS, M. (1936). Les techniques du corps. *Journal de psychologie normale et pathologique,* XXXII(3-4).

NGUALA, J.B. (2005). La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes. *Grand N,* 76, 45-63.

PIAGET, J. (1974). *Réussir et comprendre*. Paris: Presses Universitaires de France.

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies.* Paris: Armand Colin.

SAADA-ROBERT, M. (1989). La microgenèse de la representation d'un problème. *Psychologie française,* 34 (2/3), 193-206.

SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.

SFARD, A. (2010). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge; Cambridge University Press.

VERGNAUD, G. (1975). Calcul relationnel et représentation calculable. *Bulletin de Psychologie*, 315, 378-387.

Les structures multiplicatives au primaire : « Dans quelle proportion » ?

Stéphanie Rhéaume
Étudiante au doctorat, Université Laval

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous exposons la démarche effectuée lors de la problématisation d'une recherche doctorale. Cette dernière porte sur la résolution de problèmes mettant en jeu un raisonnement proportionnel chez les élèves du primaire et, s'interroge sur les aspects qui guident ces élèves lorsqu'ils résolvent ce type de problèmes ainsi que sur leurs prises de décision dans l'action. Toutefois, cette démarche de problématisation n'est pas linéaire. Puisqu'elle tient compte de l'activité mathématique vue de l'intérieur, nous envisageons les verbalisations des élèves comme source de données. Du coup, que sait-on au sujet du parler les mathématiques chez les élèves? La mise en place du projet nous amène, alors, à revisiter la problématique.

INTRODUCTION

La résolution de problèmes est l'un des thèmes importants figurant dans les programmes de mathématique au Québec (M.E.Q., 2006b, 2006a). Elle est étroitement liée au développement du raisonnement mathématique. À cet effet, résoudre un problème est l'occasion pour l'élève de « développer l'habileté à gérer rationnellement ces situations » (M.E.Q., 2006a, p.18). De notre point de vue, l'une des façons d'envisager cette habileté porte sur les prises de décision des élèves en cours de résolution de problèmes. Alors, au-delà des stratégies utilisées pour résoudre un problème, comment les élèves orientent-ils leurs choix et leurs prises de décision dans l'action? Par ailleurs, Houdement (2003) souligne qu'apprendre par la résolution de problèmes favorise l'apprentissage de nouvelles connaissances mathématiques par l'exploration d'éléments inconnus de l'élève. À ce moment, qu'en est-il de ces prises de décision lorsque le problème met en jeu des concepts mathématiques qui, à ce moment, demeurent exploratoires pour l'élève?

Cet article a pour objectif de présenter la problématisation d'une recherche doctorale portant sur les aspects qui guident les élèves du primaire dans la résolution de problèmes de proportion. Dans un premier temps, nous dressons rapidement un portrait de l'introduction du concept de proportionnalité auprès des élèves du 1er cycle du secondaire (M.E.L.S., 2010). Du côté du primaire, le raisonnement proportionnel se retrouve souvent imbriqué dans la résolution de problèmes de multiplication. En effet, le raisonnement proportionnel chevauche, de manière implicite dans divers problèmes mathématiques, l'enseignement d'autres concepts tels que ceux de la multiplication, des fractions, des décimaux, des pourcentages, par exemple. Du même coup, nous dégageons quelques enjeux liés au fait que les élèves explorent la proportionnalité dès le primaire.

Par la suite, une brève présentation de la recension des écrits portant sur la résolution de problèmes mettant en jeu un raisonnement proportionnel, et ce, avant enseignement ouvre la porte au questionnement suivant : avant l'enseignement de la proportionnalité, quels aspects guident les élèves lorsqu'ils résolvent des problèmes de proportion? Cette question tend vers une perspective différente de celles exploitées jusqu'à présent au sujet de la résolution de problèmes de proportion. Celle qui a trait à l'activité mathématique vue de l'intérieur, du point de vue de l'élève, dans l'action. Nous précisons les raisons pour lesquelles la notion de contrôle permet de mettre en lumière les prises de décisions des élèves. Finalement, nous explicitons pourquoi la verbalisation est une source d'information nécessaire pour avoir accès aux prises de décisions. Alors, envisager la verbalisation comme source de données nous porte vers un autre questionnement. Chez les élèves, que sait-on au sujet du parler les mathématiques? Questionnement qui nous conduit à revoir l'ensemble de la problématique de cette recherche et de l'y intégrer. Mais d'abord, quel est l'état des lieux de l'enseignement de la proportionnalité au Québec?

L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ AU QUÉBEC

L'introduction à la proportionnalité en secondaire I

L'enseignement explicite de la proportionnalité est l'occasion pour l'élève de prendre conscience que ce concept, au même titre que d'autres concepts mathématiques, comporte des caractéristiques qui lui sont propres et à quel point la proportionnalité occupe une place importante dans les activités quotidiennes. Plusieurs domaines tels que les arts, les sciences, la technologie, l'univers social, les sciences humaines, l'économie et le domaine médical, pour n'en nommer que quelques-uns, font appel au raisonnement proportionnel pour résoudre des situations diverses (Oliveira, 2009). Son vaste champ d'application démontre sa portée et sa valeur interdisciplinaire.

Le programme du 1er cycle du secondaire accorde une grande importance au développement, par les élèves, du concept de la proportionnalité. Depuis l'automne 2010, des changements ont été apportés en ce qui concerne l'introduction de ce concept. Il est maintenant officiellement introduit dès le secondaire 1 (M.E.L.S., 2010). À ce moment, les élèves apprennent à manipuler les divers aspects de la proportionnalité avec l'aide de l'enseignant. L'objectif est d'amener les élèves à maitriser la proportionnalité avant la fin du 2e secondaire. Au cours de cette période, les enseignants abordent, entre autres, la reconnaissance et la comparaison (qualitative et quantitative) de rapports (coefficient et facteur), le repérage de couples, la variation directe et inverse. Cet enseignement comprend aussi l'interprétation des rapports, des graphiques, mais aussi la reconnaissance et la résolution de problèmes de proportionnalité (M.E.Q., 2006b; M.E.L.S., 2010). Notons que le raisonnement proportionnel réapparait de façon récurrente au cours de la formation au secondaire car il se retrouve imbriqué à d'autres concepts mathématiques qui y sont développés comme, la géométrie, la probabilité et la statistique.

Le programme de l'enseignement des mathématiques au 1er cycle du secondaire mentionne, dans l'extrait suivant, que l'apprentissage de cette notion implique le développement de stratégies variées.

« ...(l'élève a) recours notamment à des stratégies multiplicatives qu'il a élaborées, tel que le retour à l'unité, la recherche d'un facteur de changement, la recherche du rapport ou du coefficient de proportionnalité, le procédé additif ou mixte, etc. » (M.E.Q., 2006b, p. 252)

Ces stratégies sont similaires à celles que les élèves du primaire ont mises en œuvre lors de la résolution de problèmes multiplicatifs.

De la proportionnalité au primaire?

En consultant les manuels scolaires du primaire, nous avons remarqué que les élèves résolvent, à plusieurs occasions, des problèmes mettant en jeu un raisonnement proportionnel. Les exemples suivants, issus de manuels scolaires de la 4e à la 6e année illustrent que les élèves manipulent déjà le concept de la proportionnalité:

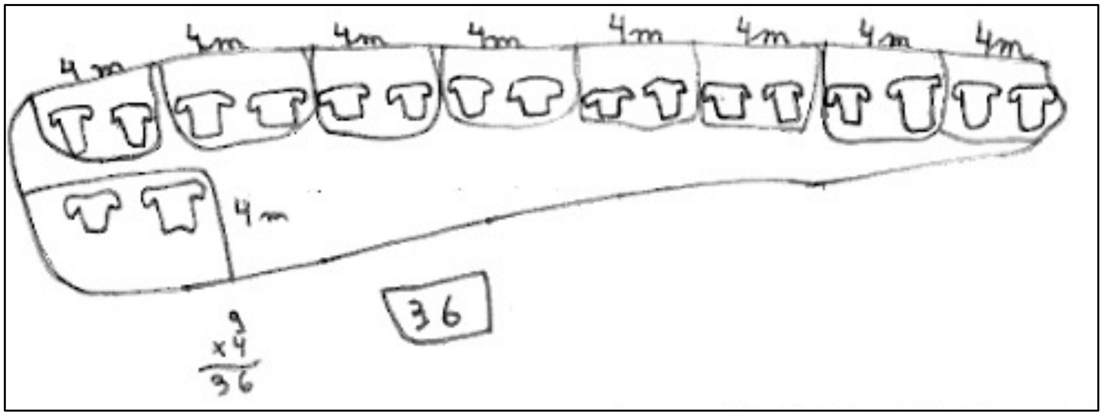
« ...on obtenait 529 yuans (monnaie chinoise) avec 100$ canadiens. Combien de yuans obtenait-on à ce moment avec 300$ canadiens? » (Adagio, manuel D, 2001);

« Yasmine a interrogé 50 personnes afin de connaitre leur opinion sur le règlement qui obligerait les élèves à porter un uniforme à l'école. Les résultats indiquent que 40% de ces personnes sont d'accord avec le règlement. Combien de personnes ce pourcentage représente-t-il? » (Presto, A3, 2004)

« Fabien doit lire un livre de 188 pages dans les deux prochaines semaines. En lisant 12 pages chaque jour, aura-t-il terminé le livre à temps? Sinon, combien de pages devrait-il lire chaque jour? » (Clicmaths 1B, 2003).

Nous observons, par ailleurs, que plusieurs problèmes impliquant un raisonnement proportionnel se trouvent imbriqués dans l'apprentissage d'autres concepts ou notions mathématiques telles que les fractions, le pourcentage, l'agrandissement de surface ou les décimaux, par exemple. L'exploration du raisonnement proportionnel demeure ainsi implicite pour les élèves. Ils vont résoudre ces problèmes par différents moyens : addition répétée, multiplication, division, dessin,...) comme dans l'exemple qui suit :

« Joanne est couturière et elle doit faire 18 t-shirts identiques pour une sortie en groupe. Elle sait qu'avec 4m de tissu elle fait 2 t-shirts. De combien de mètres de tissu aura-t-elle besoin pour faire tous les t-shirts? » (Guimarães et Oliveira, 1999).



L'élève illustre par un dessin les relations et fait une multiplication pour résoudre le problème de proportion. Mais s'agit-il d'un problème de proportion ou de multiplication?

Pourquoi s'agit-il de problèmes de proportion?

À ce sujet, ce n'est pas la stratégie utilisée (multiplication) mais plutôt les relations entre les variables de l'énoncé qui évoquent la structure du problème.

La multiplication : Paul fait des biscuits qu'il veut offrir à ses 5 amis. S'il désire offrir 12 biscuits à chacun, combien de biscuits doit-il faire ?

Chez l'élève, résoudre un problème ayant une telle structure fait appel à l'établissement de relations implicites à l'énoncé et met en jeu un raisonnement proportionnel. D'ailleurs, que l'une des variables est une valeur unitaire ou non ne change pas la struc-

amis	biscuits	Stratégies possibles
a (1)	b (12)	• (c x b) ÷ a = 4ᵉ terme ; (5 X 12) ÷ 1 = 60
c (5)	?	• il y a 5 fois plus d'amis donc 5 fois plus de biscuits 12 X 5 = 60
		• il y a 12 fois plus de biscuits que d'amis 5 X 12 = 60

Le partage (division partition): Paul a fait 60 biscuits qu'il veut offrir à ses 5 amis. Combien de biscuits peut-il offrir à chacun?

amis	biscuits	Stratégies possibles
a (1)	?	• (a x c) ÷ b = 4ᵉ terme ; (1 X 60) ÷ 5 = 12
b (5)	c (60)	• il y a 5 fois moins d'amis donc 5 fois moins de biscuits 60 ÷ 5 = 12
		• Si je fais 5 paquets avec 60 biscuits, combien contient 1 paquet 60 ÷ 5 = 12

Comme le souligne Vergnaud (1991) « les problèmes les plus simples de multiplication et de division impliquent la proportion simple de deux variables l'une par rapport à l'autre » (p. 153). À l'instar du problème et de la stratégie utilisée ci-haut, voici quelques exemples qui permettent d'illustrer ces propos :

ture mathématique du problème présenté. Comme Van de Walle et Lovin (2008) le définissent, le raisonnement proportionnel est « la capacité à réfléchir à des relations multiplicatives entre des quantités et à comparer de telles relations... » (p.163). Ils soulignent que le rapport proportionnel est une « entité distincte » provenant de la comparaison de deux quantités.

Les élèves du primaire explorent implicitement la proportionnalité. Quels sont les enjeux à considérer lors de cette exploration ?

L'exploration de la proportionnalité au primaire

Chez les élèves, le développement du raisonnement proportionnel est, au même titre que le développement d'autres concepts mathématiques, un apprentissage de longue haleine. À cet égard, la compréhension des relations entre les nombres, les sens des opérations ainsi que le développement de stratégies efficaces sont des enjeux importants de la formation mathématique. En ce sens, il y a toute une dimension exploratoire qui est réalisée au primaire avant l'introduction formelle de la proportionnalité en secondaire 1. Exploration sur laquelle l'enseignant et l'élève peuvent s'appuyer lors du passage vers un apprentissage explicite du concept et la mise en place de procédures efficaces, comme nous le verrons dans ce qui suit.

Selon Van de Walle et Lovin (2008), les élèves acquièrent ce raisonnement « par l'intermédiaire de problèmes reliés à une large gamme de contextes et portant sur des proportions, et ce, sans recourir à des règles ou à des formules » (p.163). Alors, ces auteurs suggèrent que l'introduction des algorithmes traditionnels au secondaire, tel que le produit croisé, devrait suivre une expérimentation « intuitive et conceptuelle » par les élèves de la proportionnalité. De notre point de vue, cette expérimentation débute beaucoup plus tôt, dès le deuxième cycle du primaire, grâce à la résolution de problèmes multiplicatifs mettant en jeu un raisonnement proportionnel.

Explorer la proportionnalité de manière informelle, à travers la résolution de problèmes, comporterait plusieurs avantages. En effet, la résolution de problèmes est un lieu privilégié pour pratiquer les mathématiques sous forme de recherches (Bkouche et al., 1991). C'est l'occasion pour les élèves d'explorer leurs propres idées et algorithmes mais, aussi, de prendre parfois conscience que ces algorithmes ne conviennent pas d'emblée à des problèmes qui semblent similaires. Par ailleurs, cette exploration offrirait, aux élèves du primaire, l'occasion d'apprendre des notions mathématiques et de développer un potentiel sur lesquels les enseignants pourraient s'appuyer lors de l'introduction de la proportionnalité (Levain, 1992). Plus particulièrement, l'exploration par l'entremise de la résolution de problèmes de proportion permettrait l'intégration graduelle des structures multiplicatives, du sens des opérations et de la co-variation. Dans son programme du primaire, le MELS aborde les enjeux liés au développement de la compétence « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ». Ces enjeux rejoignent l'idée qu'explorer par la résolution mène justement à intégrer des aptitudes liées à l'organisation de la tâche et au développement de notions mathématiques.

« En mathématique, organiser signifie effectuer des activités mentales telles que abstraire, coordonner, différencier, intégrer, construire et structurer. Ces activités, qui s'exercent sur les relations entre les objets ou entre leurs éléments, devraient, par exemple, amener l'élève à comprendre le caractère additif et multiplicatif du nombre. Elles pourront l'aider à découvrir le sens de l'itération [...], de la proportionnalité, directe ou inverse. » (M.E.Q., 2006a, p. 128)

En somme, l'expérimentation intuitive est ainsi l'occasion pour les élèves de donner du sens aux mathématiques qu'ils font et favoriser, au secondaire, une meilleure compréhension de la proportionnalité et la mise en place de procédures efficaces (Charnay, 1997).

Toutefois, afin d'admettre clairement de tels bienfaits, il y a lieu d'investiguer la façon dont les élèves résolvent ces situations proportionnelles. Comment basent-ils leur choix? Quelles sont les prises de décision des élèves? Quels sens donnent-ils aux relations dans le problème lorsqu'ils explorent la proportionnalité. Mais avant d'aller plus loin dans ce questionnement, que sait-on au sujet de la résolution de problèmes de proportion avant enseignement?

CE QUE LES ÉTUDES DISENT AU SUJET DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE PROPORTION AVANT ENSEIGNEMENT

Jusqu'à maintenant, plusieurs études nous permettent d'en savoir davantage sur le type de problèmes de proportion que les élèves du primaire peuvent résoudre (Levain, 1992), sur les stratégies qu'ils utilisent avant enseignement (Oliveira, 2003; Pfaff, 2003; Oliveira, 2005, 2009) et sur les difficultés qu'ils rencontrent lors de l'introduction de la proportionnalité (Tourniaire, 1986; Levain et Vergnaud, 1994; Pfaff, 2003; Fénichel et Pfaff, 2005; Oliveira, 2005; René de Cotret, 2006; Oliveira, 2009). Néanmoins, nous en savons peu sur la rationalité sous-jacente qui guide les élèves en cours de résolution de problèmes avant que le concept de proportionnalité ne leur soit introduit.

Quelques exemples issus d'une recherche réalisée auprès des élèves du secondaire (Oliveira, 2009) nous permettent d'illustrer, à partir de leurs propos, différents raisonnements qui ont cours lorsque ces élèves résolvent des problèmes de proportion avant l'enseignement formel du concept.

Le premier exemple est celui d'un raisonnement qualitatif, raisonnement qui offre à l'élève un regard différent sur le concept par une entrée réfléchie grâce à l'établissement des relations entre les nombres. L'élève peut qualifier les relations en comparant les données entre elles (combien de fois plus concentré, plus loin, plus rapide) et ainsi orienter sa démarche pour résoudre un problème, comme dans l'exemple suivant :« 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques? » (Oliveira, 2009)

« Comme on double le nombre de machines, on doit diminuer le nombre de jours par deux car comme il y a plus qui travaille dessus ça prend moins de temps, 2 fois moins avec 4 machines » (élève 12/pré-test).

Un second exemple témoigne, pour le même problème, d'un raisonnement quantitatif. Cet exemple présente la prise en considération par l'élève d'une relation multiplicative entre les données du problème, rapport implicite qu'on ne voit pas d'emblée à la lecture des nombres :

«8 machines, c'est le double de 4. Alors, on divise le nombre de jours par 2.» (Oliveira, 2005).

Les exemples qui précèdent illustrent que divers raisonnements (rationalité sous-jacente) sont susceptibles de guider les élèves du secondaire dans leurs prises de décision pour résoudre des problèmes de proportion avant l'introduction formelle de la proportionnalité. Qu'en est-il pour les élèves du 3e cycle du primaire lorsqu'ils résolvent des problèmes de multiplication mettant en jeu implicitement un raisonnement proportionnel?

OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Les enseignants disent que tenir compte des raisonnements des élèves leur permet de comprendre la façon dont ces derniers apprennent et l'évolution de cet apprentissage (Vézina et Suurtamm, 2008). C'est dans le même ordre d'idées que cette recherche est proposée.

En ayant un regard sur l'activité mathématique et le potentiel des élèves du primaire, cette étude vise à en savoir davantage sur cette rationalité sous-jacente, en tenant compte plus particulièrement des éléments qui guident leurs prises de décision dans l'action. D'un côté, documenter l'exploration et le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves du primaire. Aussi, d'en savoir davantage quant aux manières qu'ont les élèves de concevoir la proportionnalité avant enseignement et de souligner les difficultés qu'ils vivent en manipulant ce concept. D'un autre côté, puisque cette étude s'intéresse aussi au sens que les élèves donnent à leur activité mathématique, elle porte un regard plus spécifique sur les prises de décision dans l'action. Car bien que le processus de résolution représente une démarche raisonnée et contrôlée (M.E.Q., 2006a), il peut tout de même être constitué de va-et-vient parfois difficiles à suivre pour l'élève. Autrement dit, que se passe-t-il entre la lecture du problème et l'écriture de la réponse? On sait peu de choses à propos de ce qui motive les choix de stratégies et les prises de décision lorsqu'ils résolvent des problèmes de proportion. À notre connaissance, aucune recherche ne s'est intéressée, jusqu'à maintenant, à éclairer cette question de l'intérieur, soit du point de vue des élèves et d'expliciter les liens possibles entre les stratégies des élèves lors de l'activité mathématique et les prises de décision au cours du processus de résolution. D'après les lectures effectuées, aucune étude ne fait un croisement entre les stratégies principalement utilisées avant enseignement (Oliveira, 2009) et la considération des raisonnements et des prises de décision des élèves en cours de résolution. L'objectif de cette recherche est donc de documenter les prises de décision qui guident le choix de stratégies mises de l'avant par les élèves du primaire lors de la résolution de problèmes de proportion.

UNE ANALYSE SOUS L'ANGLE DU CONTRÔLE

L'une des façons de considérer les prises de décision des élèves en cours de résolution est de les aborder sous l'angle du contrôle. Autrement dit, cette recherche est non seulement l'occasion de documenter le sens que les élèves du primaire donnent à leurs activités mathématiques en termes de raisonnement proportionnel[31] (qualitatif, quantitatif, covariation, coefficient, rapport, sens des opérations,...) mais aussi en termes du contrôle (Saboya, 2010) qu'ils exercent sur leurs activités mathématiques. À cet effet, le ministère mentionne que « pour pratiquer le raisonnement mathématique, il faut appréhender la situation, mobiliser les concepts et les processus pertinents et établir des liens » (M.E.Q., 2006a, p.128). Comme le mentionne Saboya (2010), « le contrôle se traduit par une réflexion de la part de l'élève, sur toute action, sur tout choix tout au long de la tâche: au début, en cours ou à la fin de la résolution » (p. 409). Alors, la notion de contrôle met en lumière notre questionnement envers les va-et-vient et les prises de décisions sous-jacentes présents dans la démarche de résolution. Comment se caractérisent les prises de décision des élèves du primaire en termes de contrôle sur leurs activités mathématiques qui ont pour objet la proportionnalité? Les composants de la notion de contrôle, soit l'anticipation, la vérification/validation, l'engagement réfléchi, le discernement et le choix éclairé, le recours à la métaconnaissance et finalement, la perception des erreurs et/ou la sensibilité et la capacité de dépasser la contradiction, permettent de caractériser spécifiquement chez les élèves qui explorent comment ils supervisent leur activité mathématique, soit le « pourquoi je fais comme ça ». Par exemple, chez les élèves du primaire, l'anticipation pourrait être « Si au départ je peux acheter 5 ballons avec 2$, il m'en coûtera plus cher que 2$ si j'achète 8 ballons. Mais il ne faut pas que le montant dépasse 4$ car je n'achète pas le double de ballons. La réponse sera entre 2$ et 4$».

D'autres aspects seront à considérer dans cette recherche pour comprendre la démarche des élèves du 3e cycle du primaire. Certaines variables (contextes et nombres) risquent d'influencer la résolution, contribuer ou nuire à la compréhension du problème, privilégier une procédure ou amener les élèves à utiliser une stratégie erronée. Entre autres, l'homogénéité et la grandeur des variables et le contexte du problème (Tourniaire, 1986; Fénichel et Pfaff, 2005; Oliveira, 2005; René de Cotret, 2006; Oliveira, 2009) seront à considérer quant à ce qui guide les élèves lors de la résolution de problèmes de proportion.

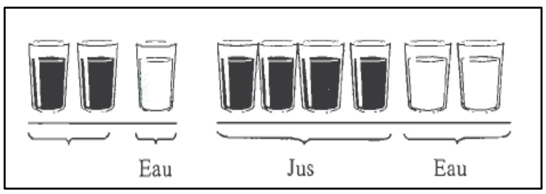
L'ACCÈS AUX PRISES DE DÉCISIONS DANS L'ACTION, D'UN POINT DE VUE MÉTHODOLOGIQUE ?

Comment avoir accès aux prises de décisions? Dans le cadre de cette recherche, afin d'en connaitre davantage sur les aspects qui les guident, les élèves seront amenés à expliquer leur démarche. D'ailleurs, le programme d'études de l'école québécoise prévoit qu'à la fin du primaire, les élèves doivent être en mesure d'expliquer certains éléments et de justifier leurs choix lorsqu'ils résolvent un problème (M.E.Q., 2006a). En termes d'explication et de justification, quelles sont les options? Les traces écrites (les calculs) en cours de résolution? Ces traces ne rendent pas toujours compte des raisonnements ni d'ailleurs des va-et-vient qui ont eu cours lors de la résolution d'un problème et qui ont amené les élèves à opter pour une stratégie plutôt qu'une autre. En contrepartie, les verbalisations des élèves nous amènent au-delà des traces écrites. En effet, selon une recherche de Bednarz (1996), les verbalisations des élèves offrent l'accès aux relations sous-jacentes qu'ils établissent. Par ailleurs, les activités langagières mises en œuvre dans la recherche de Bednarz ont encouragé le contrôle chez l'élève. Alors, on peut s'attendre à ce que les verbalisations des élèves expriment, en partie, le regard qu'ils portent sur

[31] À cet effet, revoir les exemples présentés dans ce texte issus des problèmes des t-shirts et de la machine à fabriquer des briques et des verres de jus.

leurs activités mathématiques , tant du point de vue des concepts mathématiques mis de l'avant que du contrôle qu'ils y exercent. Soulignons qu'en didactique des mathématiques, l'utilisation en tant que source d'information de ce que disent les élèves est courante. Voici un premier exemple (Oliveira, 2009, p. 238) qui met en lumière que certains aspects qui guident les élèves pour résoudre un problème, sont accessibles via leurs discours.

« Supposons qu'on mélange les trois verres du premier groupe dans un pot et les six verres du second groupe dans un autre pot. Est-ce que ça va gouter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second? Ou bien est-ce que ça va gouter la même chose dans les deux? »



« Ça va goûter la même chose car dans les deux, il y a deux verres de jus par 1 verre d'eau. » (élève 20 / pré-test).

L'élève explicite le rapport « 2 pour 1 » sur lequel il se base et qui est commun aux deux mélanges de jus.

Dans un contexte différent, celui des fractions, cet autre exemple illustre comment un élève de 5e année met en mots ses raisonnements (Radford et Demers, 2004).

«Tu peux en mettre 3 comme ça pour faire 12 (il prend trois sections vertes contenant 4 alvéoles chacune), puis il faut que tu en mettes 4 sur 12 (il montre les sections rouges contenant 3 alvéoles chacune), donc c'est un quart. Ça, c'est un tiers (il montre la section verte)» (p. 73).

Les propos de l'élève illustrent sa représentation locale de la fraction, la partie-tout. Il s'agit du nombre de parties que contient le tout qui détermine la fraction (il y a trois parties pour le tout, donc c'est un tiers pour chaque partie). Par ailleurs, cet exemple laisse entrevoir comment l'élève utilise un langage signifiant pour lui (tu en mets 4 sur 12, donc c'est un quart).

UNE MÉTHODOLOGIE QUI APPORTE UN SECOND QUESTIONNEMENT ...

Les discours des élèves sont l'occasion d'en savoir davantage sur leur activité mathématique, selon leur point de vue. C'est dans cette optique qu'il y a lieu de nous intéresser, de manière générale, à ce que disent les élèves, aux manières de mettre en mots leurs concepts et stratégies, et à leurs façons de parler les mathématiques. Plus précisément, dans le cadre de cette étude, à leurs verbalisations en cours de résolution de problèmes de proportionnalité. Surtout dans le contexte scolaire québécois où l'explicitation des concepts employés, tant à l'oral qu'à l'écrit, occupe une place importante chez l'élève grâce au développement de la compétence « Communiquer à l'aide du langage mathématique » (M.E.Q., 2006).

Le potentiel de la verbalisation des mathématiques, du côté de l'enseignant, est souligné par Bednarz (2005). Verbaliser les mathématiques chez l'enseignant consiste, par le contenu de son discours, à rendre accessibles pour l'élève « les éléments clés d'un concept et les raisonnements importants. » Ce discours de l'enseignant se réalise dans un langage *signifiant* et familier à l'élève, parfois distancié d'une terminologie plus mathématique. Il assure aussi « que l'élève exercera un certain contrôle sur l'activité mathématique » (p.23).

Toutefois, du côté de l'élève, en quoi consiste verbaliser les mathématiques? Que sait-on au sujet des discours qu'il produit dans le cadre d'activités mathématiques? Bien que certains auteurs (Duval, 1992; Yackel, 2001; Radford et Demers, 2004) discutent distinctement des aspects liés au discours des élèves (argumentation, justification, explicitation, preuve, concepts mathématiques...), à notre connaissance, aucune recherche ne regroupe ces aspects sous un même cadre, ni ne définit ou documente de manière détaillée ce qui caractérise verbaliser les mathématiques chez les élèves.

Rappelons que cette recherche a, comme objectif, de documenter sous l'angle du contrôle les prises de décision qui guident le choix de stratégies mises de l'avant par les élèves lors de la résolution de problèmes de proportion. Mais d'abord, l'objectif de cette recherche doctorale sera de documenter les façons dont les élèves du primaire *parlent* les mathématiques en cours de résolution de problèmes. Grâce à l'élaboration d'un cadre d'analyse, qui prendra appui sur la didactique des mathématiques, la psychologie, les sciences du langage et la philosophie. Autrement dit, de quelles manières les élèves du primaire verbalisent leurs prises de décision et leurs démarches dans la résolution de problèmes de problèmes de proportion?

CONCLUSION

Chez l'élève, la résolution de problèmes est une activité qui favorise l'apprentissage de concepts mathématiques. D'où l'importance de s'intéresser aux façons dont les élèves gèrent ces situations. Ainsi, l'accès aux prises de décision des élèves du primaire lors de la résolution de problèmes de proportionnalité avant tout enseignement offre une approche différente pour deux notions d'importance en didactique des mathématiques : celle du développement du raisonnement proportionnel et celle du contrôle de l'élève sur son activité mathématique. Pour avoir accès à cette rationalité, nous prendrons en considération les verbalisations des élèves. C'est pourquoi, nous devrons aussi circonscrire sous un même cadre, ce que signifie *parler les mathématiques* chez les élèves. Cadre qui est à bâtir.

BIBLIOGRAPHIE

BEDNARZ, N. (1996). Language Activity, Conceptualization and Problem Solving: the Role Played by Verbalization in the Development of Mathematical Thought in Young Children. Mathematics for Tomorrow's Young Children.

BEDNARZ, N. (2005). Parler les mathématiques. Vie pédagogique, septembre-octobre(136), 20-23.

BKOUCHE, R., CHARLOT, B., et ROUCHE, N. (1991). Faire des mathématiques: le plaisir du sens: Armand Colin.

CHARNAY, R. (1997). De l'école au collège, les élèves et les mathématiques. Grand N, no 62, 35-46.

DUVAL, R. (1992). Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive ? petit x, 31, 37-61.

FÉNICHEL, M., et PFAFF, N. (2005). Donner du sens aux mathématiques (Vol. 2, Nombres opérations et grandeurs). Paris: Bordas.

GUIMARÃES, G. L., et OLIVEIRA, I. (1999). A resolução de problemas de proporção simples através de desenhos. Paper presented at the ANPED - Associação Nacional de Pesquisa E Pos-Graduação em edicação.

HOUDEMENT, C. (2003). La résolution de problèmes en question. Grand N, no 71, 7-23.

LEVAIN, J.-P. (1992). La résolution de problèmes multiplicatifs à la fin du cycle du primaire. Educational Studies in mathematics, 23, 139-161.

LEVAIN, J.-P., et VERGNAUD, G. (1994). Proportionnalité simple, proportionnalité multiple, cycle III. Grand N(no 56), 55-66.

M.E.L.S. (2010). Programme de formation de l'école québécoise. Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique. Récupéré du site http://www.mels.gouv.qc.ca/progression/secondaire/.

M.E.Q. (2006a). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement primaire. Québec: Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation.

M.E.Q. (2006b). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, premier cycle. Québec: Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation.

OLIVEIRA, I. (2003). L'enseignement de la proportion simple au Brésil: stratégies avant et après l'enseignement formel. Actes du colloque du Groupe de Didactique des Mathématiques- GDM 2003 Montréal, Québec.

OLIVEIRA, I. (2005). Développement du raisonnement proportionnel: potentiel des élèves avant tout enseignement de la proportionnalité. Actes du colloque du Groupe de Didactique des Mathématiques- GDM 2005 Montréal, Québec.

OLIVEIRA, I. (2009). La proportionnalité à l'école: qu'enseigne t-on? qu'apprend-on? Montréal: Édtions Bande Didactique.

PFAFF, N. (2003). Différencier par les procédures: un exemple pour la proportionnalité au cycle 3. Grand N(no 71), 49-59.

RADFORD, L., et DEMERS, S. (2004). Communication et apprentissage. Repères conceptuels et pratique pour la salle de classe de mathématiques. Ottawa: Centre franco-ontarien des ressources pédagogiques.

RENÉ DE COTRET, S. (2006). L'élève et le modèle proportionnel, une histoire de confitures: Éditions Bande Didactique.

SABOYA, M. (2010). Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire. Thèse non publiée, Université du Québec à Montréal, Montréal.

TOURNIAIRE, F. (1986). Proportions in elementary school. Educational Studies in mathematics, 17(4), 401-412. Récupéré du site http://www.jstor.org/stable/3482261

VAN DE WALLE, J. A., et LOVIN, L. H. (2008). L'élaboration des concepts de rapport et de proportion L'enseignement des mathématiques: L'élève au centre de son apprentissage (Vol. 3): Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactique des mathématiques, 10/2.3, 133-170.

VÉZINA, N., et SUURTAMM, C. (2008). Être à l'écoute des élèves: un incontournable dans la classe de mathématiques. Canadian Journal of Mathematics and Technology Education, 8(3), 252-279.

YACKEL, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME-25, Utrecht, Olanda.

Les rôles des représentations visuelles dans l'enseignement de la factorisation : le cas d'une pratique au deuxième cycle du secondaire

Patricia Simon (UQAM)

RÉSUMÉ

Dans ma pratique comme enseignante au secondaire, j'ai constaté des difficultés chez les élèves dans la factorisation qui sont aussi relevées par plusieurs recherches. Certains chercheurs ont utilisé des approches par les tuiles algébriques ou par la calculatrice symbolique pour pallier à ces difficultés. Cependant, des limites dans ces approches ont été relevées. J'ai choisi dans cette étude d'introduire la factorisation par un support visuel, tel qu'utilisé dans l'histoire des mathématiques.

Il ressort de l'expérimentation trois grands rôles attribués par l'enseignante pour ces représentations. Elles servent à illustrer, construire et expliquer les méthodes de factorisation. Elles sont également un outil efficace pour travailler sur les difficultés et erreurs des élèves. De plus, les images mentales générées pourront être réinvesties à long terme.

INTRODUCTION

Comme enseignante au deuxième cycle du secondaire, j'ai pu remarquer que plusieurs élèves ressentent des difficultés quand on leur demande de factoriser, certaines erreurs étant plus reliées à la manipulation algébrique alors que d'autres se situent au niveau de la compréhension même du concept et de son utilité. Une des erreurs les plus fréquentes est par exemple : $(a+b)^2 = a^2 + b^2$, relevée également dans la recherche (Damboise, 2007).

Plusieurs recherches soulignent l'importance de la reconnaissance de formes équivalentes en factorisation, ce qui pose des difficultés aux élèves (Matz, 1982; Pierce et Stacey, 2003; Guin et Trouche, 1999). La factorisation est intimement reliée à la distributivité, le signe d'égalité étant un signe de relation bidirectionnelle (Matz, 1982). En effet, en algèbre, on peut développer une expression algébrique pour trouver son expression équivalente : $2x\,(3x + 4) = 6x^2 + 8x$. Le processus inverse est la factorisation, on cherche alors à décomposer une expression algébrique en facteurs : $x^2 + 5x + 4 = (x+4)\,(x+1)$.

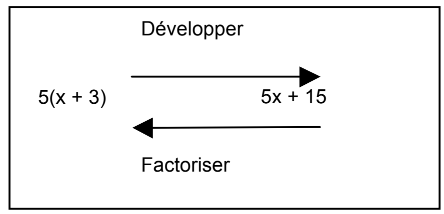


Figure 1- Schéma de la relation bi-directionnelle (Matz, 1982)

1. DIFFÉRENTES AVENUES AUTOUR DE LA FACTORISATION

Les recherches que j'ai recensées autour d'interventions menés sur la factorisation en algèbre s'articulent autour de deux thèmes : l'utilisation de la calculatrice symbolique (Ball, Pierce et Stacey, 2003; Guin et Trouche, 1999; Damboise, 2007; Kieran et Drijvers, 2006) et l'utilisation de tuiles algébriques (Sharp, 1995; Hosson, 1999).

Ball, Pierce et Stacey (2003) affirment que la calculatrice permet de transformer des expressions algébriques de la forme factorisée à la forme développée et inversement. Toutefois, Guin et Trouche (1999) soulignent qu'une utilisation correcte des fonctions « factor » et « expand » de la calculatrice nécessite une compréhension conceptuelle de ces fonctions. Certains élèves abandonnent l'idée de comprendre la commande à utiliser et choisissent alors arbitrairement une commande ou transcrivent le résultat de la calculatrice sans se poser de questions sur l'équivalence des expressions. D'autres chercheurs se sont penchés sur l'utilisation de «algébriques»[32] pour donner du sens à la factorisation en algèbre. Les tuiles servent alors de support visuel à la résolution et à la mathématisation (Sharp, 1995).

[32] Les tuiles algébriques de base se composent de six pièces différentes : la tuile unité et les tuiles x, y, xy, x² et y².

Toutefois, Hosson (1999) souligne qu'une limite de l'utilisation des tuiles est la gestion du matériel quand les expressions algébriques ont d'assez grands coefficients. Les élèves se concentrent alors plus sur les manipulations géométriques et négligent le raisonnement algébrique.

Plusieurs de ces recherches soulignent le rôle essentiel de l'enseignant(e) dans l'enseignement de la factorisation. Les interventions de l'enseignant(e) sont importantes (Hosson, 1999). Il doit prendre en compte la diversité des raisonnements et doit porter une attention particulière à faire le lien entre la démarche géométrique et algébrique, reliant chaque étape de calcul avec la manipulation géométrique. Pierce (2002) ajoute que le rôle de l'enseignant est primordial pour aider les élèves dans la tâche de reconnaissance des formes équivalentes. En effet, selon lui, la discussion sur les expressions prend peu de temps et aide à prévoir chez les élèves un résultat algébrique. Ainsi, comme le soulignent Shama et Dreyfus (1994) la combinaison de la méthode algébrique et visuelle peut être bénéfique seulement si on comprend bien le lien entre les deux. Le rôle de l'enseignant(e) est de favoriser ce lien étroit et raisonné entre les modes visuels et algébriques. Dans notre étude, nous nous intéressons à l'enseignant, à son rationnel dans l'utilisation d'un support visuel autre que les tuiles algébriques.

Certains manuels scolaires présentent une autre avenue pour l'introduction de la factorisation : le modèle du rectangle. Celui-ci consiste à la construction d'un support visuel permettant aux élèves de se créer une image mentale. Ainsi, factoriser revient à trouver les dimensions d'un rectangle, l'aire de ce dernier étant donnée. Par exemple l'expression algébrique $10x^2+5xy+4x+2y$ représente l'aire de quatre rectangles que l'on dispose comme suit pour obtenir un grand rectangle. L'aire de ce rectangle peut également s'écrire $(2+5x)(2x+y)$, qui est la forme factorisée de l'expression algébrique. Cette méthode utilisant la géométrie pour illustrer l'algèbre a été utilisée dans l'histoire. En effet, plusieurs manuels de mathématiques (Intersection, 2009; Vision, 2009)[33] font le lien entre certains mathématiciens et leur méthode de factorisation.

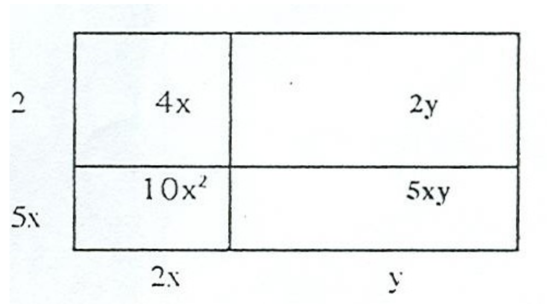


Figure 2 -Illustration du modèle du rectangle avec l'expression $10x^2$ +5xy +4x+2y

Cette méthode utilisant la géométrie pour illustrer l'algèbre a été utilisée dans l'histoire. En effet, plusieurs manuels de mathématiques (Intersection, 2009; Vision, 2009)[34] font le lien entre certains mathématiciens et leur méthode de factorisation.

2. LES REPRÉSENTATIONS VISUELLES DANS L'HISTOIRE : L'EXEMPLE DES GRECS

Un détour dans l'histoire des mathématiques semble démontrer le rôle important qu'a joué la géométrie dans l'algèbre. On peut remonter jusqu'aussi loin que l'époque babylonienne (2000 à 1600 avant Jésus-Christ) pour retrouver des représentations géométriques d'équations algébriques. Cette idée de lier géométrie et résolution de problème à caractère algébrique est revenue et s'est développée tout au long de l'histoire, avec notamment les Grecs (3e siècle) et les Arabes (9e siècle).

Les Babyloniens et les Arabes ont utilisé des représentations visuelles pour résoudre des problèmes algébriques, notamment pour trouver des solutions à des équations quadratiques ou pour factoriser. Les Grecs ont utilisé ce même support visuel. Par exemple, Diophante se réfère à des représentations géométriques pour résoudre un tel problème : « Trouver les deux nombres tels que leur somme est égale à 20 et leur produit égale 96. » (Radford,

[33] Les auteurs d'intersection sont Boucher et al. et les auteurs de Visions sont Cardin et al.
[34] Les auteurs d'intersection sont Boucher et al. et les auteurs de Visions sont Cardin et al.

1996, p. 44, ma traduction)leur produit égale 96. » (Radford, 1996, p. 44, ma traduction).

Pour résoudre ce problème, Diophante construit d'abord un carré dont les côtés sont la moitié de la somme des deux nombres. On obtient un carré de 10 unités de côté et de 100 unités carrées d'aire.

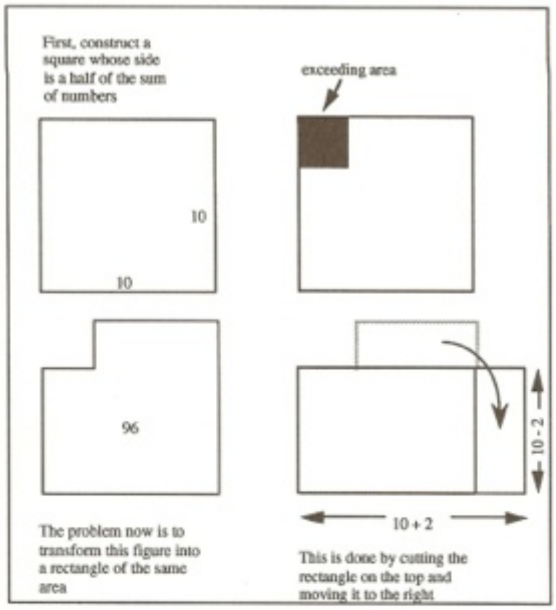


Figure 3- Représentation visuelle utilisée par Diophante (Radford, 1996)

Il y a donc un excédent de 4 unités carrées d'aire que Diophante représente par un carré de 2 unités par deux unités, à enlever. On peut alors transformer, avec une procédure de découpage et de reconfiguration, la figure en un rectangle de 12 unités par 8 unités, qui sont les deux nombres recherchés.
Cette façon de faire rend le processus de factorisation dynamique. Chaque étape de la résolution du problème peut être représentée par une figure ou par une transformation de celle-ci. Ce qui est doublement intéressant, c'est que même si l'élève n'a pas de notions algébriques, il peut approcher ce problème de façon visuelle en comprenant les propriétés de la figure. Ce problème est un cas particulier de la différence de carrés, ici de 100 et 4.

Présentement, la différence de carrés est surtout enseignée de façon algorithmique. Il peut ainsi être difficile pour un élève du secondaire de donner du sens à ce qu'il fait. En ajoutant une représentation visuelle à la méthode de factorisation, il est peut-être plus facile de voir les étapes du raisonnement derrière la façon de faire.

Dans trois grandes civilisations, les représentations visuelles sont ainsi omniprésentes dans la résolution de problèmes. Il y a donc un intérêt à se pencher sur ce type de représentation pour supporter les différentes étapes menant à la factorisation.

3. QUESTION DE RECHERCHE

Quelques avenues ont été explorées pour tenter d'aider les élèves avec la factorisation. La calculatrice graphique ou les tuiles peuvent apporter un support à l'enseignement. Par contre, peu de choses ont été faites avec la méthode du rectangle qui est pourtant issue de l'histoire. Comme les recherches antérieures soulignent l'importance du rôle de l'enseignant quand on utilise les représentations visuelles, ma recherche vise à comprendre comment une enseignante les utilise en classe. Plus particulièrement, je chercherai à répondre à la question suivante : Quel(s) rôle(s) jouent les représentations visuelles dans une pratique enseignante sur la factorisation?

4. DESCRIPTION DE L'EXPÉRIMENTATION MENÉE

L'expérimentation s'est déroulée en septembre et octobre 2010, dans un groupe de la séquence *Sciences naturelles* en deuxième année du deuxième cycle. Les 25 élèves étaient donc âgées de 15 à 17 ans. Ces élèves ont été initiés à la factorisation sous la forme de la mise en évidence simple en 1ère année du 2ième cycle. L'enseignante de ce groupe s'est portée volontaire pour participer à cette étude de maîtrise. Line a 20 ans d'expérience et a enseigné les mathématiques du deuxième cycle, en particulier la factorisation, durant presque toute sa carrière.

Comme Line n'utilise pas les représentations visuelles dans son enseignement de la factorisation, nous avons introduit quelques activités dans sa planification qui utilisent les représentations visuelles. L'expérimentation s'est étalée sur 5 semaines. La factorisation a pris place dans un chapitre plus large ou l'enseignante révisait d'abord des notions préalables, comme la loi des exposants et les opérations sur les polynômes. Les élèves ont été introduits aux représentations visuelles d'abord par le carré d'un binôme, ensuite par une activité sur la différence de carrés, sur la double mise en évidence et finalement sur la complétion de carré. Dans cet article, nous allons nous intéresser à la partie sur la différence de carrés.

L'enseignante s'est appropriée l'approche visuelle et l'a intégrée à l'intérieur de son enseignement traditionnel de la factorisation. Ainsi, durant l'expérimentation, les représentations visuelles ont été introduites surtout en début d'apprentissage de chacune des formes de factorisation. Le tableau suivant met en parallèle l'approche algébrique provenant de la planification de l'enseignante et l'approche visuelle proposée par la chercheure. Nous avons retranscrit dans la colonne de gauche les notes de cours de l'enseignante telles que données aux élèves.

Au départ, dans son enseignement traditionnel de la différence de carrés, l'enseignante explique aux élèves comment reconnaître une différence de carrés (voir points 1 et 2). Dans les points 3 et 4, elle voit comment procéder pour trouver la forme factorisée. Les pictogrammes servent à donner une forme générale de la différence de carrée. Elle finit par un exemple dans lequel on vérifie l'équivalence des expressions en développant le deuxième membre de l'égalité. J'ai repris l'approche visuelle telle que vue dans l'histoire qui vise à comprendre pourquoi les deux expressions sont équivalentes par une manipulation géométrique de la figure de départ. Il est intéressant de remarquer que l'enseignante a introduit la différence de carrés par l'approche visuelle, qu'elle est ensuite revenue aux étapes de résolution

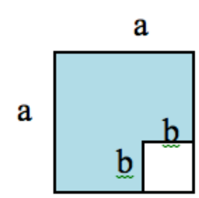
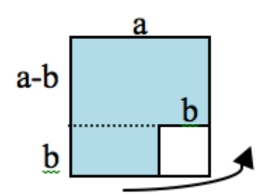
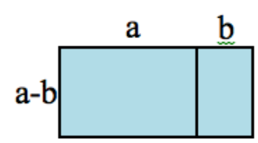
Approche algébrique (planifiée par l'enseignante)	Approche visuelle (apportée par la chercheure)
La différence de deux carrés: $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$ Méthode pour factoriser une différence de deux carrés: 1- Binôme avec un (-) (obligatoire) 2- Les deux termes sont des carrés parfaits 3- Extraire la racine de chaque terme 4-(1ere racine - 2eme racine)(1ere racine +2eme racine) Tout binôme identifiable à une différence de carrés peut être factorisé selon le modèle suivant: △ ^{2} - ⯃ ^{2} = (△ - ⯃) (△ + ⯃) Ex: $4x^2-9 = (2x-3)(2x+3)$ Vérifions: $(2x-3)(2x+3)$ $= 4x^2+6x-6x-9$ $= 4x^2-9$	Représentation visuelle de a^2-b^2 (aire de la partie ombrée)  Transformation pour obtenir une figure équivalente  La représentation visuelle équivalente à a^2-b^2 est donc $(a-b)(a+b)$ (aire du rectangle ombré) 

Tableau 1–Approches algébrique et visuelle de la différence de carrés

(colonne gauche du tableau) pour récupérer par la suite, à travers des exemples, les représentations visuelles. Des allers-retours entre les deux modes de représentations étaient toujours faits par l'enseignante.

RÉSULTATS : LES RÔLES DES REPRÉSENTATIONS

L'analyse des cours et des entrevues avec l'enseignante a fait ressortir trois grands rôles joués par les représentations visuelles : donner des explications, contrer les difficultés et les erreurs, et réinvestir à long terme.

5.1. LES REPRÉSENTATIONS VISUELLES COMME SUPPORT AUX REPRÉSENTATIONS

Un des rôles des représentations visuelles, que l'on retrouve dans les différentes recherches portant sur la factorisation est celui d'un support visuel pour expliquer les différentes méthodes de factorisation. Dans l'exemple de la différence de carré, l'enseignante présente un diaporama dans lequel on retrouve la forme visuelle. Elle échange avec les élèves pour leur faire découvrir la factorisation d'une différence de carrés :

Line : Ok! Alors on y va. La différence de deux carrés. On peut représenter a^2-b^2 par la région en bleu suivante. Alors là j'ai, ça c'est a^2, a fois a ça me donne a^2. Moins b^2, alors moins b^2 ça veut dire que je lui enlève b fois b, la petite partie qui est là. Qu'est-ce qui est bleu ici, ça représente a^2-b^2. Ensuite, la différence de deux carrés. <u>Transformons cette figure pour obtenir une expression équivalente</u> à a^2 -b^2. Alors qu'est-ce que ça va me donner? Si je transforme la figure, on va avoir, ici là j'ai « a », ici j'ai mon « b » qui est ici.

Patricia : Le côté qui reste il mesure combien?

Élèves : « a » moins « b »

Line : Le côté ici, « a » moins « b »..

Patricia : Vous êtes bons!

Line : Ok, là ensuite...

Patricia : Ce qu'on va faire c'est qu'on va déplacer la partie bleue en bas sur le côté.

Line : Qu'est-ce qu'il y a ici...

Élève : « b »

Line : ...là on va le déplacer ici, ça veut dire que ça va nous donner quoi donc?

Élève : « a+b »

Line : Ici, ce côté-là c'est « a » moins le « b », le « a » c'était tout ça, moins le « b » qu'il y avait ici, et celui-là ça va devenir...

Élèves : « a » plus « b »

Line : « a » plus « b » Donc, qu'est-ce que ça veut dire, ça veut dire que « a » au carré moins « b » au carré est égal à quoi? C'est quoi les dimensions là du nouveau rectangle?

Élèves : « a » moins « b », parenthèse...

Line: « a » moins « b » multiplié par?

Élèves : « a » plus « b »

Line : « a » plus « b ». Alors si on veut factoriser, si on veut factoriser « a » au carré moins « b » au carré », ça nous donne « a » moins « b », il est ici, multiplié par « a » plus « b ».

L'enseignante fait le lien entre la représentation visuelle et la démarche algébrique. Comme l'aire de la figure de départ reste inchangée après les transformations géométriques, l'expression algébrique de départ (a^2-b^2) reste équivalente à l'expression algébrique représentant l'aire de la figure finale (a-b)(a+b). Dans l'extrait précédent, ce raisonnement est plutôt implicite et gagnerait à être mis de l'avant par l'enseignante.

5.2. LES REPRÉSENTATIONS VISUELLES POUR CONTRER LES DIFFICULTÉS ET LES ERREURS

À une autre occasion durant ce cours, les représentations visuelles ont servi à expliquer pourquoi la somme de deux carrés ne se factorise pas. En effet, on retrouve souvent cette erreur chez les élèves. La différence de carrés peut se factoriser parce qu'on peut modifier la figure tandis qu'on ne peut pas faire la même chose avec la somme de carrés. Les élèves avaient l'exercice suivant : Factoriser x^4-y^4. Plusieurs élèves ont procédé comme suit : x^4-y^4 = (x^2-y^2)(x^2+y^2). Les élèves étaient portés à factoriser convenablement la première expression (x^2-y^2) et à vouloir procéder de la même façon pour la deuxième expression (x^2+y^2). Diverses factorisations étaient proposées pour (x^2+y^2), comme

$(x+y)^2$ ou $(x+y)(x-y)$. Dans son intervention, Line s'appuie sur les représentations visuelles pour montrer que cette expression n'est pas factorisable :

Line : Pourquoi il ne peut pas se factoriser? [x^2+y^2] Si je reprends mes carrés qu'on a vu tantôt. Ok, regardez bien. Si je reprends les carrés, je me dis, j'ai « x » au carré, alors ça c'est mon « x » au carré, plus « y » au carré, « y » au carré il est ici. Comprenez-vous? Là ce n'est pas : j'enlève ce qui est là et je le rajoute ici. Ce n'est pas une différence de carrés, c'est une somme de carrés et ça, ça ne se factorise pas. Même si, ça c'est « x^2 » plus « y^2 », mais là mon « y » si je le mets ici, ça va faire « x^2 » plus « y^2 ». Ça ne fera pas une autre forme d'écriture. Ok, ça va faire « x^2 » plus « y^2 », c'est la même chose que « y^2 » plus « x^2 ». Donc là je ne peux pas l'écrire autrement, il se factorise pas autrement.

Dans la rencontre suivante, chercheure et enseignante ont discuté de cet épisode. Il ressort du discours de l'enseignante un rôle bien caractéristique des représentations visuelles qui est celui de donner des explications pour éviter certaines erreurs persistantes :

Line : Dans un groupe qui n'a pas encore vu cette matière là, ils avaient vu la différence de carrés, mais ils n'avaient pas eu l'explication avec la géométrie, ils avaient juste eu l'explication algébrique. Eux, quand c'était une somme de carrés, ils factorisaient pareil. Là j'ai dit, non non! Une somme de carrés, on ne peut pas, une différence de carrés on peut, mais pas une somme. Pis là ils m'ont dit : pourquoi? Ben je leur ai fait le dessin! [voir Figure 4] J'ai fait un carré, là ça c'était « a » au carré, « a » fois « a », le petit « b », « b » fois « b », tout le monde a allumé! <u>D'autres disaient : « Ah, c'est pour ça! ». J'entendais plein de monde dans la classe qui avaient cette réaction là, oui! Ils ont compris.</u>

Un autre exemple d'intervention auprès des élèves est celle reliée à l'erreur $(a+b)^2 = a^2 + b^2$. La représentation suivante a été présentée aux élèves dans le but de l'éviter:

Dans l'expérimentation, nous avons vu la représentation visuelle du carré d'une somme avant même que les élèves fassent des erreurs là-dessus. Durant notre discussion, Line propose d'attendre que les élèves fassent l'erreur ($(a+b)^2= a^2+b^2$) pour que la représentation visuelle soit encore plus efficace. Elle servirait

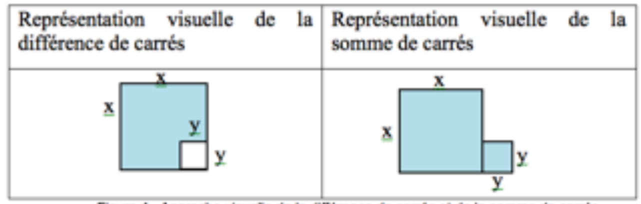


Figure 4 –Approche visuelle de la différence de carrés et de la somme de carrés

alors à la fois d'explication mais aussi d'outil pour que les élèves se rappellent ne pas faire l'erreur car ils ne doivent pas oublier que dans le carré, il n'y a pas seulement deux parties, a^2 et b^2, mais bien, quatre parties $a^2+ab+ab+b^2$.

Line: Bon ils peuvent développer comme avant (a +b)(a+b), mais c'est long, ça fait $a^2 +ab +ab +b^2$. Mais là, pour pas qu'ils oublient, pourquoi c'est ab+ab, je leur montrerais [la représentation visuelle]. Parce que c'est sûr qu'il y en a, dans le devoir, ils vont l'avoir mal. <u>Ils vont comprendre pourquoi ils l'ont eu mal</u>. Ils vont l'avoir essayé algébriquement avant, ça n'aura pas fonctionné, pis là ils vont comprendre pourquoi. Je trouve que le fait d'avoir travaillé dessus pis <u>après de voir visuellement, ils vont comprendre pourquoi</u>. Quand on montre direct un visuel, il y en a qui ne savent pas à quoi ça sert.

Patricia : Peut-être attendre qu'ils fassent l'erreur pour certains.

Après tous les échanges, chercheure et enseignante s'entendent sur le fait qu'il est préférable d'intervenir sur l'erreur une fois que les élèves l'ont commise. Les représentations visuelles apportent un argument convaincant pour réfuter une affirmation fausse des élèves.

5.3. LES REPRÉSENTATIONS VISUELLES COMME UN RÉINVESTISSEMENT À LONG TERME

Les représentations visuelles peuvent aussi aider l'élève à se rappeler une technique ou à se souvenir

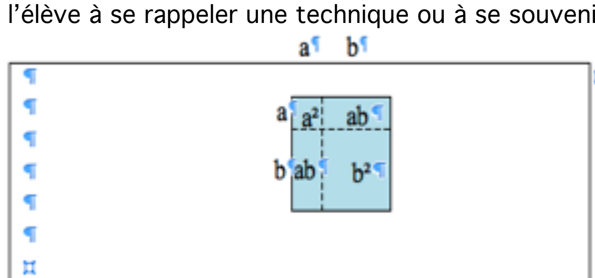


Figure 5 –Approche visuelle du carré d'une somme

d'une méthode de factorisation à plus ou moins long terme. Le meilleur exemple est sans aucun doute la technique de complétion de carrés. Enseignée algébriquement, on dit alors aux élèves qu'il faut ajouter le carré de la moitié du terme central dans un trinôme pour obtenir un carré parfait. La représentation visuelle permet de retrouver pourquoi c'est ce fameux carré de la moitié qu'on ajoute. Si les élèves oublient l'algorithme, s'ils oublient qu'il faut ajouter $(b/2)^2$ à l'expression $x^2 +bx$ pour obtenir un carré parfait, ils peuvent revenir à la représentation visuelle apprise.

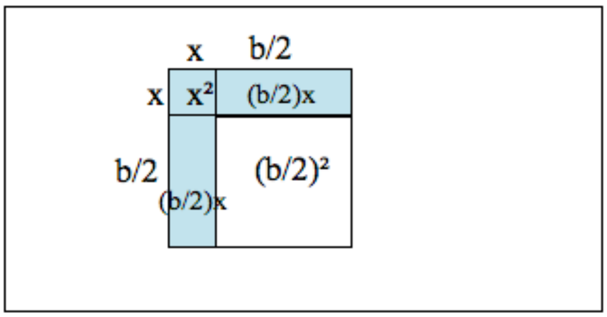


Figure 6 –Approche visuelle de la technique de complétion de carré

Line fait une analogie intéressante pour expliquer ce rôle d'outil de réinvestissement à long terme des représentations visuelles. Elle les compare à un vidéo que les élèves vont avoir dans leur tête pour se souvenir de la technique et de sa raison d'être. Le « vidéo » montre bien que pour Line les représentations visuelles font partie d'un processus dynamique.

Line: Ceux qui comprenaient déjà, <u>ça renforce, l'année prochaine quand ils vont avoir à réutiliser ça ils vont avoir le vidéo dans leur tête là, pourquoi que ça faisait ça. Tsé pour eux-autres ça va rester là.</u> Il y en a qui accrochent là-dessus pis qui le voient, c'est un bon <u>support surtout pour ceux qui sont visuels.</u>

6. CONCLUSION

L'utilisation d'un support visuel dans l'enseignement de la factorisation est une piste intéressante que j'ai voulu explorer. En effet, ces représentations visuelles sont présentes dans les manuels mais les enseignants ne sont pas tous enclins à les utiliser. Line, l'enseignante ayant participé à cette étude, était dans ce cas. Les situations expérimentées l'ont amenée à dégager l'apport de ce support visuel dans la factorisation. Dans les recherches, le rôle explicatif des représentations visuelles est mis de l'avant. Ainsi, les différentes méthodes de factorisation sont construites pas à pas en parallèle avec un support visuel en faisant un lien entre les démarches algébriques et visuelles. Celui-ci permet de comprendre comment on procède pour factoriser, à donner du sens aux différentes méthodes enseignées. L'analyse des séances en classe et des entrevues fait ressortir deux autres rôles des représentations visuelles qui sont intéressantes à considérer. Le support visuel est un outil pour contrer les erreurs des élèves, pour intervenir de façon efficace sur leurs difficultés. L'égalité $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ peut être mise en échec en utilisant un support visuel. L'élève voit ainsi que l'aire d'un carré de côté (a+b) n'est pas la même et est plus grande que l'aire de deux carrés, l'un de côté a et l'autre de côté b. De plus, le support visuel peut être réinvesti à tout moment quand les élèves ne se souviennent plus de la méthode de factorisation. Ils peuvent ainsi factoriser l'expression en se ramenant à un support visuel.

Au-delà des résultats obtenus sur le rôle des représentations visuelles et leur apport dans l'enseignement de la factorisation, cette étude a une retombée de formation auprès de l'enseignante. Line a réinvesti les activités expérimentées, introduisant par la suite les représentations visuelles dans sa planification. De plus, l'enseignante est depuis devenue conseillère pédagogique. Dans ses séances de formation, elle met de l'avant l'importance des représentations visuelles, elle partage ainsi l'expérience vécue dans cette étude amenant d'autres enseignants à considérer l'apport des représentations visuelles.

BIBLIOGRAPHIE

BALL, L., PIERCE, R. et STACEY, K. (2003). Recognising equivalent algebraic expressions : an important component of algebraic expectation for working with CAS. *In. Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Honolulu, 13-18 juillet 2003), sous la dir. de N. A. Pateman, B. J. Dougherty et J. Zilliox, vol. 4, p. 15-22. Honolulu : PME.

BOUCHER, C., COUPAL, M., JACQUES, M. et MAROTTE, L. (2010). *Intersection Mathématique Sciences Naturelles*, Deuxième cycle du secondaire, deuxième année, Chenelière Éducation.

CARDIN, J-F., HAMEL, J-C., LEDOUX, A. et LEMAY S. (2008). *Vision Mathématique Sciences Naturelles* Volume 1 , Éditions CEC.

CHARBONNEAU, L. (1996). From Euclid to Descartes : algebra and its relation to geometry. *In Approaches to algebra*. Perspectives for research and teaching, Kluwer Academic Publishers, p. 15-37.

DAMBOISE, C. (2007). *Rôle d'un logiciel de manipulation symbolique dans l'apprentissage de l'algèbre au secondaire.* Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de maîtrise en didactique des mathématiques. Université du Québec à Montréal, 154 pages.

GUIN, D. et TROUCHE, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments : the case of calculators. *International Journal of computers for Mathematical Learning*, vol. 3, p. 195-227

HOSSON, N. (1999). *Raisonnements des élèves lors de l'utilisation d'un matériel de type tuiles algébriques dans la multiplication et la division de polynômes*. Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de maîtrise en didactique des mathématiques. Université du Québec à Montréal, 175 pages.

HOYRUP, J. (2007). The Roles of Mesopotamian Bronze Age Mathematics Tool for State Formation and Administration--Carrier of Teachers' Professional Intellectual Autonomy. *Educational Studies in Mathematics;* v66 n2 p257-271.

KIERAN, C. et DRIJVERS, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theorical reflection: a study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning.*

MATZ, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors, *In Intelligent Tutoring Systems,* Academic Press, p. 25-50.

MINISTERE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. (2007). Programme de formation de l'École québécoise, Enseignement secondaire, deuxième cycle

RADFORD, L. (1996). The roles of Geometry and arithmetic in the development of algebra : historical remarks from a didactic perspective *In Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching,* Kluwer Academic Publishers, p. 39-54.

SHAMA, G. et DREYFUS, T. (1996). Visual, algebraic and mixed strategies in visually presented linear programming problems . *Educational Studies in Mathematics;* v 26 p.45-70.

SHARP, M.J. (1995). *Results of Using Algebra Tiles as Meaningful Representation of Algebra Concepts*. ERIC ED398080, 8p.

TROTTIER, L. et JANVIER, B. (2007). *Factorisation*. Analyse conceptuelle issue de notes de cours didactique 1 (MAT2024) à l'UQAM.

Démarches d'évaluation qui sous-tendent les pratiques évaluatives en mathématiques auprès d'élèves en difficulté du primaire : étude de cas

Caroline Bisson Université de Sherbrooke

RÉSUMÉ

L'évaluation en mathématiques auprès des élèves en difficulté représente actuellement un défi de taille dans les milieux de la pratique et de la recherche puisqu'il semble avoir peu de ressources matérielles et peu de recherches sur le sujet. C'est ce qui nous a amenés à traiter de ce sujet. Ce texte vient mettre en évidence les points soulevés lors de la présentation de notre affiche au dernier colloque du GDM.

Introduction

Ce texte fait suite à la présentation d'une affiche (voir annexe) faite dans le cadre du colloque annuel du GDM. Nous relaterons les grandes lignes de ce qui a été présenté sur cette affiche. Cette dernière est le condensé de nos réflexions sur notre projet de maîtrise qui est en cours d'élaboration. Dans ce qui suit, nous toucherons à notre problématique, notre cadre conceptuel et notre méthodologie.

Problématique

Malgré le renouveau pédagogique qui préconise actuellement dans le milieu scolaire l'arrimage des matières (MEQ, 2000), le temps accordé à chacune d'entre elles est différent. Certaines disciplines sont ainsi davantage mises de l'avant que d'autres. De plus, sur le site internet du MELS, il n'y a pas de section propre aux mathématiques comme il est possible d'en trouver pour l'éveil à la lecture et à l'écriture. En adaptation scolaire, nous devrions intervenir principalement en mathématiques et en français, mais dans les faits, les interventions sont orientées vers le français.

Cette prépondérance pour le français se manifeste de différentes façons (choix et orientations ministérielles, pratiques dans le milieu...), d'ailleurs certaines associations et publications comme l'ADOQ, l'AQETA ou Vie pédagogique valorisent davantage le français que les autres disciplines. Verreault (2007) a observé également que la grande majorité des interventions en orthopédagogie sont en français. Goupil (1997) ajoute que ce serait le cas même si l'élève avait de la difficulté dans les deux matières de base. Dans un tel contexte, nous sommes en droit de nous demander comment valoriser les interventions en mathématiques auprès du personnel enseignant en adaptation scolaire et sociale. Serait-il possible que les élèves n'aient que très peu de difficultés en mathématiques? Cela expliquerait peut-être le fait qu'il y a peu d'intervention dans cette discipline. Nous voulions tenter de comprendre pourquoi les mathématiques sont délaissées dans le milieu malgré leur apparente importance. Nous sommes donc allés creuser cette question.

Pourtant, pour la formation d'un bon citoyen, les mathématiques représentent un atout important. D'ailleurs, une étude longitudinale de Bynner (2002) démontre que le taux d'employabilité diminue chez les gens qui auraient des difficultés en mathématiques. Et d'un autre point de vue, Fayol (2008), mentionne qu'il y a un désintérêt pour les sciences et les mathématiques dans la société.

Les difficultés en mathématiques

D'abord, il faut mentionner qu'il n'y a pas de difficultés en mathématiques propres aux élèves en difficulté (Schmidt, 2002). Les difficultés qu'ils rencontrent sont les mêmes que tout élève, elles sont par contre plus fréquentes et plus persistantes. En effet, les définitions des élèves en difficulté se basent principalement sur des problèmes qui ne sont pas spécifiques aux mathématiques (ex. : dysphasie, dyslexie, dyspraxie...). De plus, lorsqu'il s'agit de trouble spécifique aux mathématiques, les chercheurs n'arrivent pas à s'entendre sur la question, la communauté scientifique ne prend pas les mêmes critères pour en arriver à un diagnostic (Goupil, 1997).

Bien qu'il n'y ait pas de définition claire sur les difficultés en mathématiques spécifiques aux élèves en difficulté, le milieu et plusieurs chercheurs reconnaissent ces dernières; plusieurs élèves éprouvent des difficultés en mathématiques. (Fontaine, 2008; Goupil, 1997; Schmidt, 2002 et Verreault, 2007). Selon Geary (2004), qui a fait une étude dans quatre pays chez des élèves de 4^{e} année primaire, il y aurait 5 à 8 % des élèves qui auraient des difficultés dans un ou plusieurs domaines mathématiques. Il y aurait donc véritablement des difficultés dans cette discipline. Ainsi, la première hypothèse présentée ne serait pas la bonne; d'autres raisons sont à la source de la valorisation du français en intervention dans le contexte actuel. Nous pouvons nous poser, par conséquent, plusieurs questions : comment valoriser les interventions en mathématiques? Quels types d'interventions pourrions-nous réaliser? Et est-ce qu'une démarche d'évaluation en mathématiques pourrait aider les intervenants?

L'intervention en mathématiques

Intervention et évaluation ne peuvent être dissociées : l'une influence l'autre. Avant d'élaborer le volet évaluation qui sera central dans ce projet, nous faisons quelques précisions en lien avec l'intervention qui, nous pensons, viendront teinter certains de nos choix lors du traitement de l'évaluation.

Il est possible de trouver trois principaux types d'interventions que l'enseignant en adaptation scolaire et sociale peut faire. Il s'agit : 1) de la remédiation, 2) de la compensation et 3) du développement du potentiel (Fontaine, 2008). D'abord, la remédiation contribue à développer les fonctions cognitives qui ont une faiblesse chez l'élève (idem). La compensation, pour sa part, a pour but de permettre de compenser la difficulté en surutilisant les forces de l'élève (ADOQ, 2003). Pour ce qui est du développement du potentiel, l'intervention sera située dans la zone proximale de développement et l'enseignant tentera de permettre à l'élève d'accéder à des apprentissages qui lui auraient été impossibles de faire si l'intervention avait été centrée sur la remédiation (Fontaine, 2008). Comment ces enseignants arrivent-ils à choisir ce qu'ils pensent être la meilleure intervention pour répondre aux besoins de l'élève? Comment parviennent-ils à établir ces besoins? L'évaluation semble être la manière d'y arriver. Ces enseignants ont sûrement une démarche d'évaluation, quelle est-elle?

L'évaluation des EHDAA

Dans le document du MELS intitulé : *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) (2007),* il est dit que l'équipe-école doit identifier les besoins de l'élève et doit mettre les mesures nécessaires en place pour y répondre. Pour le MELS cette réponse doit passer par l'évaluation. Ainsi, il est nécessaire d'évaluer l'élève, afin de bien cerner ses forces et ses faiblesses pour ensuite permettre aux intervenants d'intervenir de manière la plus adéquate possible pour celui-ci. Nous pouvons mentionner que pour le MELS, l'évaluation ne doit pas servir à mettre une étiquette sur le type de difficultés, mais doit permettre de répondre aux besoins. C'est aussi l'optique que nous choisissons. Qu'est-ce qui permettrait alors aux enseignants en adaptation scolaire et sociale du primaire d'évaluer davantage les besoins des élèves en mathématiques? Comment procèdent-ils lors de cette évaluation? Est-ce que les outils disponibles couvrent les divers types d'apprentissages mathématiques (géométrie, algèbre, etc.)? Ces questions amènent à formuler les questions de recherche qui suivent : Quelles pratiques d'évaluation en mathématiques auprès des élèves en difficulté pouvons-nous observer chez les enseignants en adaptation scolaire et sociale? Quels outils d'évaluation exploitent-ils? Existe-t-il une démarche d'évaluation commune ou explicite? En d'autres termes, quelle est la pratique évaluative de ces enseignants? Et sur quelles bases didactiques s'appuie-t-elle?

Cadre conceptuel

Notre cadre conceptuel est en cours d'élaboration. Plusieurs éléments sont encore à élaborer. Nous dresserons donc un portrait global des éléments que nous retrouverons dans celui-ci.

Les pratiques évaluatives

Les pratiques évaluatives font partie des pratiques de l'enseignant. Elles sont plus évidentes à observer lorsqu'il s'agit d'évaluation sommative puisque l'enseignant prend un temps d'arrêt pour créer l'évaluation et l'administrer aux élèves. Cela est beaucoup moins évident lorsque l'évaluation se fait tout au long de l'apprentissage comme c'est le cas lorsqu'il s'agit d'évaluation formative (Kazadi, 2007).

Bélair (dans Kazadi, 2007), donne 5 grandes pistes qui pourraient nous aider à distinguer les pratiques évaluatives en contexte d'évaluation formative. 1) Le pourquoi qui représente les fonctions de l'évaluation, c'est ce qui permet de voir si l'évaluation est formative ou sommative. 2) Le comment, qui représente les moyens d'obtenir l'information. Cela peut venir d'outils, d'observation. Il est aussi question de comment interpréter les données pour arriver à une décision. 3) Le qui, qui représente la ou les personnes qui font l'évaluation. 4) Le quand, c'est-à-dire à quel moment aura lieu l'évaluation (avant, pendant ou après l'apprentissage). 5) Pour terminer avec le quoi, qui détermine l'objet de l'évaluation. Cela permet de déterminer les dimensions qui sont évaluées, il s'agit du savoir, du savoir-faire et du savoir être.

Les critères nommés ici nous permettront de cerner dans l'observation les pratiques évaluatives des enseignants. D'autres critères viendront certainement s'ajouter afin de préciser davantage ces pratiques. Nous pensons entre autres à Bodin (1997) et Chevallard (1986) avec les concepts de fait d'évaluation et d'action d'évaluation ou a Suurtamm, Koch et Arden (2010) avec l'idée de caractéristiques des pratiques évaluatives. Viendront aussi probablement se greffer à cette section de notre cadre les différents types d'évaluation (Durant et Chouinard, 2006 ; Scallon, 2004 ; Tousignant, 1990), les outils pouvant être utilisés (Fontaine, 2008), ainsi que la notion de démarche (Louis, 1999 ; Lussier, 1992...).

Le cadre sur lequel nous travaillons actuellement nous permettra de répondre à la question spécifique de recherche suivante : comment les pratiques évaluatives en mathématiques auprès des élèves en difficulté du primaire se caractérisent-elles d'un point de vue didactique? Pour nous guider dans les éléments de réponses à apporter à cette question nous avons trois objectifs spécifiques : 1) identifier le contexte de réalisation des pratiques évaluatives, 2) décrire les pratiques évaluatives auprès des élèves en difficulté et 3) dégager les démarches d'évaluation qui sous-tendent les pratiques évaluatives.

Pour le moment, nous en sommes à la clarification de ces éléments afin de bien les comprendre pour pouvoir les articuler de manière adéquate. Par contre, nous pouvons déjà anticiper la méthodologie qui pourra être utilisée puisqu'elle peut influencer certains éléments de la problématique et du cadre conceptuel.

MÉTHODOLOGIE

Pour notre recherche, nous anticipons une étude de cas. Il y aurait un enseignant et plusieurs élèves. Nous croyons que de voir quelques élèves plusieurs fois dans l'année nous permettra de voir les régularités dans les pratiques évaluatives de cet enseignant. Afin de bien mener cette étude de cas, nous nous appuierons sur les travaux de Gagnon (2005) sur le sujet. Les questions de nos protocoles d'entrevue pré et post observation seront élaborées en prenant en compte notre cadre et nos visées de recherche. Elles seront semi-dirigées afin de nous permettre d'aller chercher des compléments d'information manquant tout au long de l'entrevue.

Plusieurs éléments de ce scénario restent à justifier et à étayer. Nous nous y attarderons après l'élaboration du cadre et l'ajustement de la problématique.

CONCLUSION

L'élaboration du projet étant en cours, certaines parties sont plus élaborées que d'autres. De nombreux changements ont été faits jusqu'ici et d'autres risquent de se produire. Nous constatons que notre sujet n'est pas facile à étudier dans le cadre d'études de maîtrise lorsque nous voulons le camper en didactique des mathématiques. Bien que le sujet de l'évaluation d'un point de vue didactique fut touché par certains auteurs (Chevallard, 1986; Bodin, 1997), il ne semble pas avoir été approfondi. Notre réflexion se poursuit.

ASSOCIATION DES ORTHOPÉDAGOGUES DU QUÉBEC. (2003). *L'acte orthopédagogique dans le contexte actuel.* Montréal : ADOQ.

BODIN, A. (1997). L'évaluation du savoir mathématique questions et méthodes. *Recherche en Didactique des Mathématiques 17*(1), 49-96.

BYNNER, J.(2002). *Literacy, numeracy and employability.* Adult literacy and numeracy Australian research consortium Nathan. Queensland centre.

CHEVALLARD, Y. et FELDMENN, S. (1986). *Pour une analyse didactique de l'évaluation.* IREM :d'Aix Marseille.

DURANT, M.-J. et CHOUINARD, R. (2006). *L'évaluation des apprentissages De la planification de la démarche à la communication des résultats.* Montréal : Éditions Hurtubise HMV

FAYOL, M. (2008) Préface. *In* M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir.). *Enseignement et apprentissage des mathématiques Que disent les recherches psychopédagogiques?*. Bruxelles : Éditions De Boeck Université (1re éd. 2002).

FONTAINE, V. (2008). *Les représentations sociales des orthopédagogues du Québec en rapport avec l'intervention en mathématiques auprès des élèves à risque.* Mémoire de maîtrise en éducation, Université de Sherbrooke, Québec.

GAGNON, Y.-C. (2005). *L'étude de cas comme méthode de recherche : Guide de réalisation.* Québec : Les presses de l'Université du Québec.

GEARY, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities,* 37(1), 4-15.

GOUPIL, G. (1997). *Les élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage.* Boucherville:Gaëtan Morin Éditeur (1re éd. 1990).

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) : Définitions.* Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA).* Québec : Ministère de l'Éducation du Loisirs et du Sport.

KAZADI, C. (2007). *L'évaluation formative en mathématiques : « Ça compte-tu? »?* Canada : Édition bande didactique (col. Mathèse).

LOUIS, R. (1999) *L'évaluation des apprentissages en classe : théorie et pratique.* Québec : Éditions études vivantes.

LUSSIER, D. (1992). *Évaluer les apprentissages dans une approche communicative.* Paris : Hachette F.L.E.

SCALLON, G. (2004) *L'évaluation des apprentissages dans une approche par compétences.* Québec : Erpi.

SCHMIDT, S. (2002). Difficultés d'apprentissage en mathématiques. *In* G. Debeurme et N.Van Grunderbeeck (dir.), *Enseignement et difficultés d'apprentissage* (p. 41-63). Sherbrooke : Éditions du CRP.

SUURTAMM, C., Koch, M. et Arden, A. Teachers' assessment practices in mathematic: classroom in the context of reform. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice 17*(4), 399-417.

TOUSIGNANT, R. (1990). *Les principes de la mesure et de l'évaluation des apprentissages.* Boucherville : Gaëtan-Morin éditeur (1ere ed. 1982)

VERREAULT, M.-A. (2007). L'évaluation orthopédagogique du sens du nombre chez l'élève du primaire. Essai de maîtrise en éducation, Université de Sherbrooke, Québec.


UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté d'éducation
CREAS
Démarches d'évaluation qui sous-tendent les pratiques évaluatives en mathématiques auprès d'élèves en difficulté du primaire : étude de cas
Caroline Bisson, étudiante à la maîtrise en sciences de l'éducation
Sous la direction de Patricia Marchand et Julie Myre-Bisaillon
Problématique :
•NOMBRE IMPORTANT D'ÉLÈVES ÉPROUVANT DES DIFFICULTÉS EN MATHÉMATIQUES
•5 à 8 % des élèves présenteraient des difficultés dans un ou des domaines des mathématiques (Geary, 2004)
•Pisa (2009) : Recul du Canada en mathématiques
•Définition d'élèves en difficulté en mathématiques imprécise (Schmidt, 2002)
•PEU DE MOYENS DÉPLOYÉS POUR AIDER LES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ EN MATHÉMATIQUES
•Nécessité d'évaluer les élèves afin de bien cerner leurs forces et leurs faiblesses pour mieux intervenir (MELS, 2007)
•Peu d'évaluations et d'interventions en mathématiques en raison, entre autres, des perceptions des orthopédagogues (Fontaine, 2008)
•Les pratiques évaluatives des enseignants en mathématiques sont peu connues
Question de recherche :
Quelles sont les pratiques évaluatives auprès des élèves en difficulté en mathématiques au primaire?
Question spécifique :
Comment les pratiques évaluatives en mathématiques auprès des élèves en difficulté du primaire se caractérisent-elles d'un point de vue didactique?
Cadre conceptuel :
L'ÉVALUATION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES
• Bodin (1997)
• Chevallard (1985, 1986, 1989)
PRATIQUES ÉVALUATIVES EN MATHÉMATIQUES
• L'identification (Bélair dans Kazadi 2007)
• Les caractéristiques (Suurtamm, Koch et Arden, 2010)
L'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES
• Les types d'évaluation (Durant et Chouinard, 2006 ; Scallon, 2004 ; Tousignant, 1990 ...)
• Les outils (Fontaine, 2008)
• Les démarches (Louis, 1999 ; Lussier 1992...)
Objectifs spécifiques :
•Identifier le contexte de réalisation des pratiques évaluatives.
•Décrire les pratiques évaluatives auprès des élèves en difficulté.
•Dégager les démarches d'évaluation qui sous-tendent les pratiques évaluatives.
Méthodologie :
• Étude de cas (un enseignant, plusieurs élèves) (Gagnon, 2005)
•Entrevue pré, et post avec l'enseignant
•Observation des pratiques évaluatives en mathématiques
2
+3

L’effet de la pratique du jeu d’échecs dans le cadre scolaire sur le développement du sens spatial et du niveau d’attention d’élèves âgés de 10 à 14 ans

par Jim Cabot Thibault, Éveline Dion Laliberté et Dominic Voyer

PROBLÉMATIQUE

Le Programme de formation de l’école québécoise de 2006 au premier cycle du secondaire en mathématiques propose cinq contenus de formation à travailler avec l’élève : l’arithmétique, l’algèbre, la géométrie, la probabilité et la statistique. La géométrie est un contenu qui permet notamment à l’élève de développer des habiletés souvent utilisées dans le quotidien comme « [...] se repérer dans l’espace, lire une carte géographique, évaluer une distance ou utiliser des jeux électroniques [...] » (MELS, 2006, p.260). L’apprentissage de la géométrie débute dès le début du primaire et se poursuit tout au long du secondaire. En regardant la section portant sur la géométrie du Programme de formation de l’école québécoise en mathématiques au premier cycle du secondaire (2006), on voit qu’une des visées est d’amener l’élève à développer son sens spatial. « Le sens spatial englobe tout ce qui est en lien avec la structuration d’un espace et il se traduit par des connaissances spatiales en géométrie. » (Marchand, 2009a, p.67).Selon Del Grande (1990), en mathématiques et en psychologie, le sens spatial réfère souvent à la perception spatiale ou à la visualisation spatiale. À ce sujet, le National Council of Teachers of Mathematics (2000) définit la visualisation spatiale comme étant la construction et la manipulation de représentations mentales d’objets à deux ou trois dimensions Cependant, selon Marchand (2009b), on ne donne pas assez d’importance en enseignement de la géométrie au développement du sens spatial. Selon cette auteure, « [...] il faut volontairement provoquer, par nos choix didactiques, des moments où la visualisation est l’unique moyen de résolution [...] » (Marchand, 2009b, p.43). Le jeu d’échecs est un outil permettant à l’élève d’utiliser sa visualisation afin de pouvoir trouver un bon coup à jouer. Quelques études se sont intéressés au lien entre la pratique du jeu d’échecs et le développement des habiletés spatiales des élèves (Brandefine, 2003; Horgan et Morgan, 1988; Noir, 2002; Smith, 1998). Cependant, ces études comportent des lacunes sur le plan méthodologique qui nous amènent à être prudents lors de l’interprétation de leurs résultats et à vouloir mener une étude à ce sujet en utilisant une méthodologie plus rigoureuse. Le jeu d’échecs a également été étudié afin de vérifier son effet sur d’autres variables telles la résolution de problèmes mathématiques, l’habileté en lecture, la mémoire, la concentration et l’attention. L’attention est une habileté cognitive faisant partie du processus d’apprentissage de l’élève. Pour qu'il y ait apprentissage, il faut avant tout porter notre attention sur l'élément à apprendre (Favre, 2010). Lorsque notre attention a sélectionné l'élément important, le processus d'apprentissage pourra s'enclencher. Ainsi, il est indispensable pour les élèves lors de leurs apprentissages d'avoir une bonne attention. C’est pourquoi nous voulons également vérifier l’effet de la pratique du jeu d’échecs sur le niveau d’attention d’élèves du primaire.

QUESTION ET OBJECTIF DE RECHERCHE

La pratique du jeu d’échecs semble donc être un moyen intéressant pour développer le sens spatial et le niveau d’attention des élèves. Des études ont été effectuées sur le sujet. Cependant, peu d’entre elles ont été réalisées dans le cadre scolaire auprès d’élèves ne jouant pas préalablement aux échecs. C’est pourquoi nous voulons vérifier empiriquement l’effet de la pratique du jeu d’échecs sur ces deux variables. Cela nous amène la question de recherche suivante :

« Quel est l’effet de la pratique du jeu d’échecs dans le cadre scolaire sur le développement du sens spatial et du niveau d’attention d’élèves âgés de 10 à 14 ans? »

CADRE CONCEPTUEL

Modèle du développement des connaissances spatiales

En 2009, Marchand a élaboré un modèle du développement des connaissances spatiales comportant trois niveaux. Ce modèle est inspiré de celui de Van Hiele (1959) portant sur le développement des connaissances géométriques. Voici une schématisation du modèle de Marchand (2009).

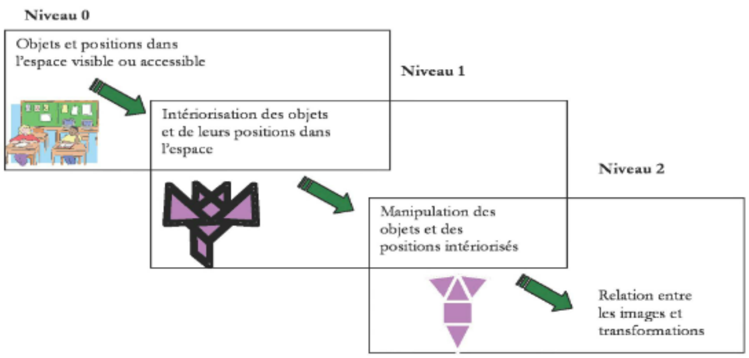


Figure 2. Modèle du développement des connaissances spatiales de Marchand (Marchand, 2009. P.68).

Ce modèle est hiérarchique. C'est donc dire qu'il faut maîtriser les connaissances d'un niveau afin de pouvoir passer au suivant. Nous fournirons ici une explication des trois niveaux du modèle.

Au niveau 0, l'élève a visuellement accès en tout temps aux figures et aux solides avec lesquels il travaille. Les actions réalisées sur les solides sont concrètes. Comme activité, on pourrait demander aux élèves de réaliser un cube à l'aide de pâte à modeler et de pailles. On peut ensuite questionner l'élève sur la réalisation de son cube ainsi que sur ses caractéristiques (nombre d'arrêtes, nombre de sommets).

Au niveau 1, l'élève doit intérioriser les figures et les solides, c'est-à-dire les visualiser mentalement. Il faut proposer aux élèves des activités lui permettant d'arriver à cela, car la manipulation des figures et solides de manière concrète (niveau 0) n'est pas suffisante pour que l'élève en arrive à les intérioriser. Un aspect important dans les activités que proposera l'enseignant à l'élève à ce niveau est l'utilisation du questionnement. Cela permet à l'élève de verbaliser la technique mentale qu'il a utilisée pour en arriver à réaliser l'activité.

Au niveau 2, l'élève doit maintenant manipuler mentalement les solides et les figures. Selon Marchand (2009), ce niveau sera amorcé au primaire, mais sera maîtrisé au premier cycle du secondaire. À la fin de ce stade, l'élève pourra réaliser mentalement des transformations sur les figures et les solides. Comme activité de manipulation, on pourrait présenter aux élèves le développement d'un solide. On demande à l'élève de nous dire de quel solide il s'agit. Cependant, l'élève n'a pas le droit de manipuler le développement. L'enseignant lui demande d'expliquer comment il fait pour visualiser le solide. À la fin de ce niveau, l'élève pourra transformer les figures et les solides mentalement. Par exemple, on peut demander à l'élève de décrire un cône coupé à la moitié de sa hauteur par un plan horizontal.

DÉFINITION DE L'ATTENTION

Le concept de l'attention n'a pas de définition unique. Puisque le sujet évolue constamment, on retrouve dans la littérature plusieurs définitions sans qu'il y ait de consensus (Ministère de l'Éducation, 2003). L'attention est un processus loin d'être monolithique et doit s'envisager comme un ensemble de processus s'imbriquant qui interagi avec les différents processus mentaux (Parasuraman, 1998).

Attention sélective

L'attention sélective est la capacité d'une personne à sélectionner un stimulus parmi d'autres distractions et hiérarchiser les informations afin de prioriser les plus pertinentes pour inhiber les parasites (Marquet-Doléac et coll. 2007 ; Ministère de l'Éducation, 2003). Par exemple, à l'école l'élève doit être en mesure de diriger son attention vers la voix de son enseignant tout en ignorant son voisin qui joue dans son bureau, les élèves dans le corridor, les ouvriers à l'extérieur, etc.

Attention divisée

L'attention divisée est un aspect de l'attention sélective, car elle permet la division de l'attention entre plusieurs sources (Wodon, 2009). C'est la capacité de traiter simultanément deux ou plusieurs sources d'informations. Cette fonction permet un partage entre plusieurs sources de stimuli (Marquet-Doléac et coll. 2007). Par exemple, un élève prend des notes pendant que son enseignant parle. Le fait de prendre des notes est un automatisme pour un élève maitrisant l'écriture ce qui lui permet d'orienter son attention sur les explications de l'enseignant.

Attention soutenue

L'attention soutenue demande de fixer volontairement son attention sur un stimulus et de maintenir cette sélection de façon continue sur une période de 15 à 30 minutes dans un contexte où il n'y a pas de distractions particulières (Ministère de l'Éducation, 2003). L'enfant doit faire preuve de vigilance pendant une période donnée afin de reconnaître des stimuli semblables (Wodon, 2009). Dans une classe, par exemple, un élève pourra accomplir une tâche monotone et facile dans laquelle le défi n'est pas la complexité de la tâche, mais la durée.

MÉTHODOLOGIE

Participants

Dans le cadre de la présente étude, nous avons utilisé deux échantillons distincts soit un pour chacune des deux variables dépendantes. Comme nous utilisons un devis pré/post-test avec groupe contrôle non équivalent, chacun des deux échantillons comporte un groupe expérimental et un groupe contrôle. Pour le sens spatial, l'échantillon est composé de 126 élèves du premier cycle du secondaire provenant de Québec et Gaspé. Le groupe expérimental est formé de 73 élèves, alors que 53 élèves représentent le groupe contrôle. Pour le niveau d'attention, l'échantillon est composé de 218 élèves du 3^{e} cycle du primaire provenant de la grande région de Québec. Le groupe expérimental est formé de 129 élèves et le groupe contrôle 89 sujets. De plus, des entrevues semi-dirigées seront réalisées auprès de 20 élèves afin de mieux comprendre le rôle que peut avoir le jeu d'échecs sur l'attention de ces élèves.

Déroulement de l'expérimentation

Avant le début de l'intervention, tous les élèves ont été soumis à un pré-test. Pour le sens spatial, le test utilisé est le test de rotation mentale de Vandenberg et Kuse (1978). Ce test permet de vérifier la capacité de l'élève à effectuer mentalement la rotation d'un objet. Ce test est donc lié au niveau 2 du modèle de Marchand (2009) présenté précédemment. Pour le niveau d'attention, le test utilisé est le test de Stroop (1935). Ce test permet de vérifier la capacité d'un élève à porter son attention sur un aspect précis en présence d'un stimulus distrayant. Suite au pré-test, 12 heures de leçon du jeu d'échecs furent dispensées aux élèves des groupes expérimentaux. Chacune des leçons est divisée en trois parties. La première partie permet de faire un retour sur ce qui a été vu la semaine précédente. Durant la deuxième partie, l'instructeur présente un nouveau concept du jeu d'échecs. Durant la dernière partie des leçons, les élèves jouent des parties sous la supervision de l'instructeur. À la fin des leçons, tous les élèves ont effectué le post-test.

RÉSULTATS

Des analyses préliminaires ont été effectuées pour comparer le rendement des élèves au prétest et au post-test pour le sens spatial et le niveau d'attention. Pour le sens spatial, les premières analyses montrent une amélioration significative des élèves du groupe expérimental. D'autres analyses sont à venir afin de confirmer ces résultats. Si ces résultats se confirment, cela voudra dire que le jeu d'échecs est une activité permettant de développer le sens spatial des élèves. Il s'agit d'un outil permettant de répondre à la recommandation de Marchand (2009) qui stipule qu'il faut amener des activités où la visualisation est l'unique moyen de résolution. Pour ce qui est du niveau d'attention, les analyses quantitatives préliminaires ne montrent pas de différence significative entre les élèves du groupe expérimental et ceux du groupe contrôle. Les analyses qualitatives des entrevues restent à être réalisées afin de proposer de nouvelles questions et de mieux comprendre le rôle que peut exercer ou non le jeu d'échecs sur la capacité de concentration d'un élève.

BIBLIOGRAPHIE

BRANDEFINE, A. (2003). Visual-spatial skills of children that play chess. Mémoire de maîtriseinédit, Touro College, New-York.

DEL GRANDE, J. (1990). Spatial Sense. Arithmetic teacher, Février, 14-20.

FAVRE, D. (2010). Cessons de démotiver les élèves : 18 clés pour favoriser l'apprentissage. Paris : Dunod.

MARCHAND, P. (2009a). Le développement du sens spatial au primaire. Bulletin AMQ, 49(3), 63-79

MARCHAND, P. (2009b). L'enseignement du sens spatial au secondaire : Analyse de deux leçons de troisième secondaire. Canadian journal of science, mathematics, and technology education, 9(1), 29-48.

HORGAN, D.D. et MORGAN, M. (1988). Experience, Spatial Abilities, and Chess Skill. Rapport présenté au Annual Meeting of the American Psychological Association, Atlanta, Georgie.

MARQUET-DOLÉAC, J., SOPPELSA, R. et ALBARET, J.-M. (2007). TDA/H : des modèles théoriques actuels à la prise en charge, l'approche psychomotrice. Dans O. Revol et V. Brun (Dir.), Trouble déficit de l'attention avec hyperactivité : de la théorie à la pratique (p. 63-75). Montpellier : Elsevier Masson.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC. (2003). Agir ensemble pour mieux soutenir les jeunes. Québec : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. (2006). Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle. Québec : Gouvernement du Québec.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2000). Principles and Standards of School Mathematics. Reston: Auteur.

NOIR, M. (2002). Le développement des habiletés cognitives de l'enfant par la pratique du jeu d'échecs : essai de modélisation d'une didactique du transfert. Thèse dedoctorat inédite, Université Lumière, Lyon.

PARASURAMAN, R. (1998). The attentive Brain : Issues and Prospects. Dans R. Parasuraman (Dir), The attentive brain (p. 3-15). Cambridge : MIT presss.

SMITH, J.P. (1998). A quantitative analysis of the effects of chess instruction on the mathematics achievement of southern, rural, black secondary students. Thèse de doctorat inédite, Université Louisiana Tech.

STROOP, J. R. (1935). Studies of Interference in Servial Verbal Reactions, version modified. Journal of Experimental Psychologie Vol. 18: 643-662.

VANDENBERG, S.G. ET KUSE, A.R. (1978). Mental rotations, a group test of three-dimensional spatial visualization. Perceptual and motor skills, 47, 599-604.

VAN HIELE, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie. Bulletin APMEP, 198, 199-205.

WODON, I. (2009). Déficit de l'attention et hyperactivité chez l'enfant et l'adolescent : Comprendre et soigner le TDAH chez les jeunes. Belgique : Éditions Mardaga.

Apprentissage des probabilités pour des élèves du secondaire dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent : émergence de conceptions

Mathieu Thibault, Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

Dans ce texte[35], une *problématique* est détaillée autour des conceptions pouvant émerger en cours d'apprentissage des probabilités. On retrouve ensuite un cadre conceptuel pour définir les notions de conception et de complexification conceptuelle, pour cibler les conceptions à l'étude et pour poser les questions de recherche. Puis, des considérations méthodologiques sont décrites afin de détailler comment la séquence d'enseignement a été expérimentée auprès d'une classe de quatrième secondaire. Une démarche d'analyse met en évidence, à travers quelques exemples d'extraits analysés, l'évolution des manifestations des conceptions du hasard de deux élèves à divers moments de la séquence d'enseignement. Finalement, une conclusion fait ressortir les nouvelles questions que mon mémoire soulève, en plus de proposer des implications pour la recherche.

INTRODUCTION

À partir de mes préoccupations concernant l'enseignement des probabilités, j'ai[36] entretenu le besoin de comprendre comment les élèves conceptualisent le hasard et les probabilités, ce qui m'a amené à m'engager dans un processus de maîtrise. À l'aide de l'outil Wordle , la figure 1 a été générée selon la fréquence d'apparition des mots contenus dans mon mémoire.

Figure 1 ***Wordle*** **des mots de mon mémoire**

Comme on peut le constater, on retrouve certains mots principaux tels que : hasard, probabilités, conception(s) et élèves (dont deux en particulier : Danik et Tommy). Il n'est pas surprenant que ces mots soient ceux qui ressortent le plus dans les mots clés du *Wordle* puisque mon mémoire porte

[35] Il est à noter que ce texte a pris forme à partir de plusieurs extraits de mon mémoire (Thibault, 2011) et qu'un texte relié à la même recherche est publié dans les actes du colloque intitulé *Formation à la recherche en didactique des maths* (24-25-26 mars, Université du Québec à Montréal).

[36] Ce texte a été écrit au « je », mais je tiens à préciser que mes directrices de recherche, Caroline Lajoie (professeure à l'Université du Québec à Montréal) et Annie Savard (professeure à l'Université McGill), m'ont offert un soutien constant tout au long de mon processus de maîtrise.

sur l'émergence des **conceptions d'élèves** autour des **probabilités** manifestées au cours d'une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de **hasard** et d'argent.

PROBLÉMATIQUE

En m'intéressant à l'évolution des concepts probabilistes à travers l'histoire des mathématiques et le cheminement scolaire des élèves, j'ai constaté que la construction des notions probabilistes chez les mathématiciens et les élèves est essentiellement reliée aux jeux de hasard. Toutefois, puisqu'un grand nombre d'adolescents et d'adultes participent excessivement à des jeux de hasard et d'argent, plusieurs études ont mis en évidence les lourdes conséquences sociales engendrées par le problème du jeu excessif. Une recension des écrits dans les domaines de didactique des mathématiques et de psychologie m'a permis de consulter diverses études concernant l'émergence des conceptions d'élèves, par rapport au hasard et aux probabilités, en contextes scolaire et quotidien.

Les recherches que j'ai consultées pour mon mémoire m'ont permis de mieux définir le problème de recherche qui renvoie un message clair : plusieurs conceptions se manifestent chez les gens autour des phénomènes aléatoires. En ce sens, il semble qu'une compréhension inadéquate des notions probabilistes peut amener une personne à participer irrationnellement à des jeux de hasard et d'argent sans être consciente du risque réel de perdre (Ladouceur, Sylvain, Boutin et Doucet, 2000b). De plus, des études suggèrent que certaines conceptions erronées se renforcent avec le temps (Fischbein et Schnarch, 1997). En conséquence, l'élève devrait être sensibilisé au jeu excessif dans son milieu scolaire (Savard, 2008). D'ailleurs, le cours de mathématiques sur les probabilités est propice à la discussion sur les jeux de hasard et d'argent, dans lequel on pourrait confronter les conceptions des élèves (Konold, 1995; Shaughnessy, 1992). Dans certains cas, malgré l'enseignement des probabilités auprès des élèves, plusieurs de leurs conceptions erronées demeurent résistantes au changement (Batanero et Serrano, 1999). De surcroît, un enseignement inadéquat peut renforcer les conceptions erronées d'un élève (Poirier et Carbonneau, 2002; Rouan et Pallascio, 1994). Donc, l'enseignement doit être adapté pour ébranler et favoriser une possible évolution des conceptions des élèves (Dubois, 2002; Savard, 2008). Il semble que l'utilisation de la technologie (Kissane et Kemp, 2010; Theis et Savard, 2010a, 2010b; Zimmermann, 2002) et le recours à la discussion en grand groupe (Theis et Savard, 2010b; Watson et Kelly, 2004) soient des pistes à considérer pour favoriser l'évolution des conceptions des élèves.

CADRE CONCEPTUEL

Cette section définit les assises théoriques retenues dans mon mémoire pour répondre aux questions de recherche. Pour y parvenir, j'ai choisi de préciser la notion de conception, l'évolution des conceptions et le choix des conceptions à l'étude dans ce mémoire.

Notion de «conception»

Compte tenu du fait que le terme « conception » revêt plusieurs significations dans les écrits en didactique, j'ai dû définir ce que j'entends par « conception ». Pour ce faire, je me suis forgé ma propre définition de la notion de conception, en empruntant des éléments des écrits scientifiques qui m'apparaissaient éclairants.

D'abord, Fischbein (1975) se penche sur la notion de conception, mais en utilisant plutôt le terme « intuition », au sens d'une acquisition cognitive ou une croyance qui est spontanée, globale et évidente pour l'individu. Selon la théorie de Fischbein, les intuitions sont adaptatives et donc influençables par un enseignement **systématique**[37]**. D'ailleurs,** il affirme que les intuitions qui paraissent évidentes pour l'apprenant peuvent lui être utiles, mais elles peuvent aussi mener à des raisonnements erronés (Fischbein, 1975). De son côté, Sfard (1991) affirme que les conceptions sont des perceptions individuelles des concepts et qu'elles peuvent très bien s'appuyer sur une réflexion et non pas seulement sur une idée préconçue.

Brousseau (1998) insiste quant à lui sur le caractère dynamique des conceptions. Cette idée semble rejoindre le paradigme constructiviste puisque, suivant cette idée, les conceptions seraient construites en

[37] Pour certains auteurs, il existe une distinction entre les intuitions primaires et les intuitions secondaires qui réside sur l'enseignement ((Fischbein, Bărbat et Mînzat, 1971)). Plus particulièrement, les intuitions primaires sont « celles qui se manifestent avant et en dehors d'un enseignement systématique » ((Fischbein*, et al.*, 1971, p. p. 265)), alors que les intuitions secondaires sont « celles qui ont été construites systématiquement dans le processus d'enseignement » ((Fischbein*, et al.*, 1971, p. p. 266))

adaptation (Piaget, 1967) à partir des connaissances antérieures et des autres conceptions qui y sont reliées. Dans un même ordre d'idées, Savard (2008) avance que les conceptions « sont des compensations face à une perturbation, [les] réponses aux régulations émises afin de préserver l'équilibre des structures cognitives lors de l'adaptation » (Savard, 2008, pp., p. 72). Un autre élément intéressant à propos du dynamisme des conceptions est que celles-ci ne sont pas stables, qu'elles évoluent. En admettant qu'une conception puisse évoluer, Rouan et Pallascio (1994) ajoutent que la conception peut être accompagnée d'une certaine instabilité. Je préciserais à mon tour que les conceptions d'un élève peuvent paraître instables d'un point de vue extérieur puisqu'elles évoluent et se transforment, mais qu'elles ne sont pas nécessairement instables pour l'apprenant puisqu'elles sont viables pour lui à un moment précis et dans une situation donnée.

Brousseau (1998) ajoute que les conceptions sont des connaissances locales, car elles permettent de résoudre des problèmes dans certaines conditions. En changeant les conditions d'un problème, on peut constater qu'une généralisation des conceptions peut amener l'élève à commettre des erreurs. Savard (2008) abonde dans ce sens en ajoutant que les conceptions sont viables dans un domaine de validité restreint. Dans ce sens, une conception n'est viable que dans son domaine de validité et ne peut donc pas être généralisée à tous les contextes. Par exemple, on peut avoir la conception que la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°, mais cette conception n'est viable que dans la géométrie euclidienne. Dans la géométrie sphérique, la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est supérieure à 180°.

Dubois (2002) présente sa définition de la notion de conception en s'appuyant sur la définition de Janvier (1987), dans laquelle les conceptions apparaissent sous la forme de constructions mentales donnant un sens aux expériences vécues par l'apprenant. Dans un même ordre d'idées, les conceptions sont considérées par De Vecchi (1992) comme des modèles explicatifs, car elles permettent de fournir des explications sur des idées ou des phénomènes qui surviennent autour de nous. Ces dernières idées soutiennent que l'apprenant tente d'expliquer et de donner un sens à son monde d'expériences à l'aide de ses conceptions.

Ces lectures et réflexions m'ont éventuellement amené à établir ma propre définition de la notion de conception. Ainsi, je considère maintenant qu'une conception est un type de connaissance locale, soit une construction mentale adaptative, servant à expliquer le monde qui nous entoure à partir de nos connaissances antérieures. Ainsi, une conception est dynamique et peut évoluer à travers le temps. Aussi, une conception est viable dans son domaine de validité, mais ne peut pas être généralisée. De plus, même si une conception prend parfois la forme d'une intuition évidente pour l'apprenant, elle peut tout de même reposer sur une réflexion mentale, que cette réflexion soit consciente ou non.

À partir de ces éléments du cadre conceptuel, je me suis demandé si les conceptions d'élèves pouvaient être ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement sur les probabilités et même si elles pouvaient « évoluer » au cours de celle-ci. Afin de témoigner d'une évolution des conceptions des élèves, il me fallait donc d'autres éléments théoriques qui me permettraient de me positionner quant à la façon dont les conceptions évoluent ou se transforment.

Évolution des conceptions

Après avoir considéré des écrits en didactique des sciences, j'ai choisi le modèle de complexification conceptuelle (Larochelle, Désautels et Ruel, 1992) pour expliquer l'évolution des conceptions. Ce modèle décrit la construction de nouvelles connaissances comme une réorganisation des structures conceptuelles, en les considérant comme les éléments d'un système complexe. Puisque les connaissances sont constamment en processus de réorganisation, on peut dire que le système complexe est en état de semi-équilibre. Les connaissances sont donc viables à un moment précis selon l'apprenant, puis doivent être réorganisées lorsqu'elles ne lui permettent plus de donner du sens à son monde d'expériences. Dans ce modèle, les connaissances ne sont pas remplacées. Puisqu'elles ne disparaissent pas, il est possible que les conceptions d'un élève se complexifient dans un contexte donné sans toutefois se complexifier dans d'autres contextes. Savard (2008) adopte aussi l'approche de la complexification des conceptions qu'elle décrit de la façon suivante :

« [La] structuration des connaissances est également une complexification conceptuelle, car les connaissances des apprenants ne sont pas détruites ou remplacées lors de déséquilibres cognitifs, elles sont réorganisées lors d'une adaptation. Au fil du temps, les conceptions se transforment et se complexifient vers un niveau plus abstrait. (Savard, 2008, pp., p. 75) »

Ainsi, c'est dans la perspective de la complexification conceptuelle que je perçois la transformation des conceptions. Il est à noter que le processus de complexification conceptuelle peut prendre beaucoup de temps et qu'il peut être enclenché par divers facteurs. Il s'agit d'ailleurs d'une autre de mes préoccupations dans le cadre de cette recherche : témoigner des facteurs qui permettent aux conceptions d'élèves d'être ébranlées.

Choix des conceptions

À partir des nombreux écrits qui ont permis de classifier des conceptions d'élèves lors de l'apprentissage des probabilités, j'ai choisi de me pencher davantage sur l'étude des cinq conceptions suivantes : les conceptions du hasard (Briand, 2005; Rouan, 1990; Schwartz, 2006), la conception équiprobabilité (Fischbein et Schnarch, 1997; Lecoutre et Durand, 1988), la conception contrôle du hasard (Rouan, 1990; Rouan et Pallascio, 1994), la conception approche du résultat (Konold, 1989, 1991, 1995) et la conception dépendance (Batanero et Serrano, 1999; Fischbein et Schnarch, 1997; Green, 1991).

Dans ce texte, je cible l'étude des conceptions du hasard puisque l'analyse qui découle de mon mémoire m'a permis de faire ressortir des manifestations et une éventuelle complexification des conceptions du hasard chez deux élèves en particulier. Les conceptions du hasard sont liées aux idées que se font les personnes à propos du hasard. Pour certains élèves, on ne peut pas du tout prédire ce qui peut se passer dans un phénomène aléatoire puisque le résultat dépend uniquement du hasard (Fischbein, Nello et Marino, 1991). Briand (2005) a aussi observé ce phénomène où l'élève semble « attribuer au hasard l'imprévisibilité » (Briand, 2005, pp., p. 257). Ainsi, puisque le hasard n'est pas déterminé par une cause quelconque, l'élève peut penser qu'on ne peut pas du tout prédire le résultat d'un phénomène aléatoire. Pour d'autres élèves, le hasard est partout ou, à l'opposé, il n'existe pas (Schwartz, 2006).

Questions de recherche

Afin de mieux comprendre les conceptions des élèves ainsi que leur évolution dans une situation donnée, je me suis demandé comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire dans une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent. Mes questions de recherche ont été formulées comme suit : A) Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, soit les conceptions du hasard, la conception équiprobabilité, la conception contrôle du hasard, la conception approche du résultat et la conception dépendance, lesquelles se manifestent chez des élèves de quatrième secondaire ? B) Comment se manifestent ces conceptions ? C) Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ? D) Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?

CONSIDÉRATIONS MÉTHODOLOGIQUES

En collaboration avec une enseignante de quatrième secondaire, j'ai construit et expérimenté une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent, qui visait l'émergence de cinq différentes conceptions. Les cinq heures de séances en classe ont été enregistrées (audio et vidéo). De plus, les 30 élèves de la classe ont répondu à deux questionnaires écrits et plusieurs d'entre eux ont été interviewés à la fin de la séquence d'enseignement. Un pseudonyme a été attribué à chaque élève et à l'enseignante afin d'assurer la confidentialité des participants.

Les outils de collecte de données ont contribué de façon complémentaire à mieux comprendre les conceptions des élèves ainsi que leur évolution à travers la séquence d'enseignement. Plus précisément, les questionnaires écrits ont permis de faire ressortir des conceptions chez les élèves au début et à la fin de la séquence d'enseignement. Afin d'éclairer la façon dont ces conceptions ont évolué à travers la séquence d'enseignement, je me suis appuyés sur les transcriptions des enregistrements audio des séances en classe et des entrevues.

DÉMARCHE D'ANALYSE

Pour répondre à mes questions de recherche, une analyse semi-émergente a mis en évidence des conceptions d'élèves qui ont émergé à travers la séquence d'enseignement. Cette analyse est qualifiée de « semi-émergente » puisque la démarche d'analyse se situe dans une perspective d'émergence des données selon la richesse qui en découle, mais en s'appuyant tout de même sur le cadre conceptuel. En ce sens, je me suis inspiré de la démarche de « théorisation ancrée » (Glaser et Strauss, 1967; Strauss et Corbin, 1990).

Ainsi, l'analyse des données a permis de témoigner de la manifestation des conceptions ciblées et d'une éventuelle complexification conceptuelle de celles-ci. Dans certains cas, elles se sont manifestées chez les mêmes élèves à divers moments de la séquence d'enseignement, ce qui a rendu possible une description d'un processus de complexification conceptuelle chez ces élèves. Ce fut le cas par exemple des conceptions du hasard et de la conception équiprobabilité qui ont émergé et évolué chez Danik et Tommy. Dans d'autres cas, les conceptions se sont manifestées de manière plus ponctuelle, ce qui a rendu impossible la description d'un processus de complexification de ces conceptions. Ce fut le cas par exemple des conceptions contrôle du hasard, approche du résultat et dépendance, pour lesquelles je me suis restreint à présenter des manifestations ponctuelles de ces conceptions chez divers participants. Dans ce texte, j'ai choisi de me concentrer sur l'analyse des conceptions du hasard.

EXEMPLES D'EXTRAITS ANALYSÉS

Dans l'expérimentation, certains élèves ont été particulièrement volubiles, ce qui m'a permis d'analyser leur discours. En effet, j'ai choisi des élèves dont les conceptions se manifestent plusieurs fois afin d'analyser l'évolution de ces conceptions. J'ai donc ciblé deux élèves pour analyser en profondeur certaines conceptions qui m'apparaissaient riches. Je présente ici trois extraits qui donnent un bref aperçu des conceptions du hasard de Danik et Tommy qui ont été analysés dans mon mémoire.

Premier extrait

Dans la figure 2, les propos de Danik et Tommy me portent à croire que leurs conceptions du hasard se manifestent au début de la séquence d'enseignement lorsqu'ils doivent lancer deux dés réguliers afin de faire ressortir qu'il est plus probable d'obtenir une somme de sept que d'obtenir une somme de onze.

D'un côté, Danik semble penser que le hasard est omniprésent lorsqu'on lance des dés. Il se demande pourquoi ils réalisent une telle activité en classe. Il semble croire que le hasard est imprédictible et qu'on ne peut donc pas étudier un phénomène aléatoire. D'un autre côté, Tommy pense lui aussi que l'activité n'est pas utile, mais pour des raisons différentes : pour lui, le hasard n'existe pas... ce sont plutôt les possibilités qui influencent les résultats d'expériences aléatoires.

Les *conceptions du hasard* de Danik et de Tommy, quoique différentes, peuvent toutes les deux être qualifiées de « chaotiques ». En effet, une certaine impression de *chaos* est associée au hasard et cette impression semble suffire à les déstabiliser. De façon générale au début de la séquence d'enseignement, Danik croit que le hasard est partout, alors que Tommy nie l'existence du hasard. En effet, Danik semble être d'avis que le hasard est partout puisqu'il répète sans cesse que « c'est du hasard » comme s'il s'agissait de l'explication ultime, alors que Tommy semble indiquer que le hasard n'existe pas, affirmant plutôt que « c'est des

Danik : C'est du hasard... À quoi ça nous sert de savoir ça ?
Tommy : [s'adressant à l'enseignante] Julie, j'ai de la misère avec les probabilités. Je trouve ça vraiment trop stupide... pasque tout le monde le sait que quand tu brasses des dés, t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pis t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pas.
Danik : C'est du hasard.
Tommy : C'pas du hasard, c'est des possibilités.
Danik : C'est du hasard !
Tommy : **Ya pas de hasard dans la vie, ya juste des possibilités.**
Danik : **C'est que du hasard !**

Figure 2 Conceptions du hasard chez Danik et Tommy

<u>DANIK</u>	<u>TOMMY</u>
▲ « C'est du hasard ! »	▲ « Ce sont des possibilités ! »
▲ Hasard est partout	▲ Hasard n'existe pas
▲ Variabilité ⇨ imprédictibilité	▲ Conscient de la variabilité

Figure 3 Comparaison des *conceptions du hasard* de Danik et Tommy au début de la séquence d'enseignement

possibilités ». Puisque la simulation d'expériences aléatoires implique une certaine variabilité, soit des résultats qui diffèrent d'une simulation à l'autre, cette variabilité confirme pour Danik que « c'est du hasard » et que le hasard est donc imprédictible, car on ne peut pas prédire le prochain résultat. D'un autre côté, Tommy est conscient de cette variabilité qu'il l'attribue plutôt au fait que « c'est des possibilités », et non du hasard, ce qui explique qu'on n'obtient pas toujours les mêmes résultats. La figure 3 illustre les *conceptions du hasard* de Danik et Tommy qui semblent s'opposer au début de la séquence d'enseignement.

Deuxième extrait

Lors de l'entrevue avec Danik et Tommy, leurs *conceptions du hasard* se manifestent à plusieurs reprises. Dans la figure 4, Tommy confronte Danik à l'aide de la tendance des résultats du simulateur de probabilités[38], mais cela ne suffit pas pour convaincre Danik.

Tommy : Danik j'vais t'poser une question. Comment ça se fait qu'avec le simulateur quand qu'on faisait 1000 fois, on arrivait plus souvent sur ces chiffres là [les sommes de «6» et de «7»] ?
Danik : Ben...
Tommy : **Et pourquoi, si on faisait le simulateur... le simulateur à répétition là, ça serait toujours le «6» et le «7» qui sortiraient le plus souvent ?** Explique-moi ça avec ton grand hasard mon Danik.
[...]
Danik : Ben, moi j'dis qu'**c'est du hasard. C'est la manière de faire les choses** ou... c'est juste...
Mathieu (chercheur) : Ça fait que toi ça te convainc pas ?
Danik : Non, non.
Mathieu : Ça tu penses que c'est juste du hasard, ça pourrait arriver tout autrement ?
Danik : **Certain.**

Figure 4 Confrontation entre Danik et Tommy

Lors des activités en classe, Tommy a remarqué que certaines sommes ont été obtenues beaucoup plus fréquemment que d'autres. Danik confirme que tout peut arriver dans le hasard et donc que les résultats pourraient être totalement différents de ceux obtenus à l'aide du simulateur de probabilités.

Troisième extrait

À la fin de l'entrevue, Danik et Tommy donnent l'im-pression de s'entendre comme l'illustre la figure 5.

Lorsque Tommy mentionne que « tout jeu possédant des probabilités a un grain de hasard », il admet que le hasard existe, alors qu'il affirmait au début de la séquence d'enseignement que le hasard n'existait pas. Tommy semble être conscient que les probabilités permettent de prédire une tendance générale dans les résultats, mais qu'on ne peut pas prédire avec certitude un prochain résultat puisque chaque résultat est aléatoire. Bien que Danik et Tommy parviennent à une même conclusion, leurs conceptions du hasard semblent différentes. En effet, alors que Tommy utilise un

[38] Il est à noter que les élèves ont utilisé un simulateur de probabilités pour simuler un très grand nombre de fois des jeux de hasard et d'argent afin d'observer la tendance des résultats à long terme. Cet outil a été développé par *Netmaths* à partir du financement d'un projet de recherche dirigé par François Larose et intitulé *Impact du recours à un contexte virtuel à caractère ludique sur l'enseignement et l'apprentissage des probabilités dans deux provinces francophones*.

vocabulaire plus « mathématique » pour expliquer l'incertitude d'une prédiction d'un phénomène aléatoire, Danik se ramène surtout à l'omniprésence du hasard et de la chance qui semble l'emporter sur les probabilités.

Tommy : Tout jeu qui contient des probabilités, des jeux de hasard là comme qu'on appelle… Ben ya **toujours du hasard à queq'part malgré les probabilités** qu'on peut trouver. Est-ce que t'es d'accord avec moi ?
Danik : Oui.

Mathieu : Mais qu'est-ce que tu veux dire là ? Je ne suis pas sûr de bien comprendre ce que tu veux dire.
Tommy : Ben c'est que…
Danik : C'est que **malgré les probabilités**…
Tommy : Oui t'as beaucoup de **chances** de pogner un «7» dans le jeu des dés, mais y reste encore des **probabilités**…
Danik : **Du hasard pis de la chance**.
Tommy : Ouais c'est ça. Les probabilités que tu pognes «1» sont encore là tsé. **Faq on pourra jamais être sûr à 100% du résultat qu'on pourrait avoir en brassant les dés.**
Danik : Ouais.
Tommy : **Malgré nos deux manières de penser différentes, on arrive souvent à des mêmes conclusions**

Figure 4 Confrontation entre Danik et Tommy

D'ailleurs, Danik répète que « c'est du hasard », mais en précisant maintenant que « c'est la manière de faire les choses ». Puisqu'il y aurait beaucoup trop de facteurs dont on ne peut tenir compte, en lançant des dés par exemple, le hasard lui paraît omniprésent et imprédictible. Danik semble ainsi certain de l'incertitude. Tommy affirme plutôt que « c'est des probabilités », mais il admet maintenant que le hasard existe, en insistant sur le fait qu'il peut être modélisé mathématiquement dans une vision d'ensemble. En se fiant à une tendance mathématique des résultats compilés, il peut prédire l'allure des prochains résultats, en admettant que ces prédictions ne soient pas certaines. Tommy semble donc incertain de la certitude. La figure 6 présente les conceptions du hasard de Danik et Tommy qui semblent s'opposer en entrevue.

À travers ces trois extraits, diverses conceptions se manifestent, ce qui m'a permis d'inférer différentes conceptions du hasard chez Danik et Tommy. Puisque les conceptions des élèves ont évolué entre le début et la fin de la séquence d'enseignement, je suis amené à penser qu'un processus de complexification conceptuelle a été entamé chez ces élèves.

RÉSULTATS

Au terme de l'analyse des données, je suis revenu à mes questions de recherche et je me suis demandé comment mon mémoire permettait ou ne permettait pas d'y répondre.

La première question de recherche (Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, lesquelles se manifestent chez les élèves de quatrième secondaire ?) a fait ressortir que des conceptions du hasard se sont manifestées de façon ponctuelle chez plusieurs élèves de la classe, mais qu'elles se sont manifestées davantage chez Danik et Tommy.

Concernant la deuxième question de recherche (Quelles sont les manifestations de ces conceptions ?), mes analyses ont mis en évidence précédemment que Danik semble certain de l'incertitude et n'ose pas prédire puisque « c'est du hasard… c'est la manière de faire les choses », alors que Tommy est plutôt incertain de la certitude en croyant que les probabilités permettent de modéliser une tendance sans toutefois déterminer avec certitude l'issue d'une situation aléatoire puisque « c'est des probabilités… avec du hasard ».

Pour la troisième question de recherche (Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ?), les conceptions du hasard n'ont pas été autant ébranlées chez Danik que chez Tommy. La conception du hasard de Danik semble persistante puisqu'il répète toujours que « c'est du hasard », ce qui lui permet de justifier son idée à l'effet qu'il serait impossible de prédire les résultats d'une expérience aléatoire. Cette persistance est observée dans ses réponses aux questionnaires, dans ses interventions au cours de la séquence d'enseignement, de même que dans ses réponses aux questions d'entrevue. Cependant, il semble qu'un doute ait été semé puisqu'il reconnaît l'existence des probabilités théoriques et fréquentielles, mais il ne s'en sert pas pour faire émettre une tendance générale dans des résultats à long terme. Chez Tommy, la conception du hasard semble quant à elle avoir été ébranlée puisque le discours de ce dernier change au cours de la séquence d'enseignement. En effet, alors qu'il rejetait l'existence du hasard au premier cours, il admet en entrevue que le hasard existe. Un processus de complexification conceptuelle semble donc avoir été entamé dans son cas.

Puis, la quatrième question de recherche (Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?) m'a permis d'inférer des facteurs d'ébranlement des conceptions du hasard chez Danik et Tommy. De façon assez étonnante, il semble que rien n'ait permis d'ébranler véritablement la conception du hasard de Danik au cours de la séquence d'enseignement. Il accepte finalement que les probabilités existent, mais il ne s'en sert pas puisqu'on ne peut pas prédire avec certitude ce qui va arriver. Même si un doute s'est installé chez Danik dans certaines situations, il est demeuré sur ses positions. Ainsi, malgré les facteurs d'ébranlement qu'il a rencontrés, aucun d'eux n'a permis d'enclencher un processus de complexification conceptuelle. En effet, on aurait pu penser que des facteurs tels que les résultats du simulateur de probabilités, l'influence sociale de Julie (son enseignante), de moi-même et des autres élèves ou les activités de la séquence d'enseignement auraient pu ébranler sa conception du hasard, mais ce ne fut pas le cas. En ce qui concerne Tommy, l'enclenchement d'un processus de complexification de sa conception du hasard pourrait être attribuable aux propos de Julie (son enseignante) concernant la « tendance » qu'on peut dégager des résultats d'une expérience aléatoire pour fournir un « portrait plus global » de la situation. Puisque Tommy est très réceptif aux idées qui sont émises autour de lui, cette influence sociale transparaît dans sa complexification conceptuelle. En adoptant une approche de modélisation mathématique, Tommy a été amené à percevoir une situation aléatoire dans son ensemble ou dans une « vision globale ». Un autre facteur d'ébranlement pourrait provenir des résultats du simulateur de probabilités. Ceux-ci ont peut-être contribué à ce qu'il donne un sens à la modélisation mathématique du phénomène aléatoire plutôt que de tenter de prédire un prochain résultat.

Dans la figure 7, j'ai regroupé ces « réponses » aux questions de recherche dans un tableau synthèse. Pour en savoir davantage sur les résultats des conceptions du hasard ou des autres conceptions, je vous réfère à mon mémoire (Thibault, 2011).

CONCLUSION

Au terme de mon mémoire de maîtrise, j'ai fait ressortir l'éclairage qu'apporte cette étude sur le problème initial de recherche, ce qui m'a amené à dégager des implications pour la recherche. Plus précisément, mon mémoire a mis en évidence que le processus de complexification conceptuelle prend indubitablement du temps et peut être engendré par de multiples facteurs d'ébranlement. Alors que les conceptions analysées chez Tommy semblent avoir été ébranlées au cours de la séquence d'enseignement, celles de Danik ont plutôt été persistantes ou faiblement ébranlées. Un autre résultat central de cette recherche a été de faire ressortir que les conceptions des élèves sont reliées entre elles et, plus particulièrement, que les conceptions du hasard influencent les conceptions équiprobabilité, contrôle du hasard, approche du résultat et dépendance chez les élèves.

Finalement, j'ai identifié de nouvelles questions ayant émergé de ce mémoire, dont celles-ci :

> *Le simulateur de probabilités, l'influence sociale et la séquence d'enseignement sont-ils des facteurs d'ébranlement suffisants pour permettre d'enclencher un processus de complexification conceptuelle chez des élèves ?*

Une évolution des conceptions permet-elle d'outiller les élèves dans des situations de hasard et d'argent, de manière à éclairer leur jugement critique pour éviter un comportement de jeu excessif ?

Comment faire pour préparer un élève à raisonner mathématiquement plutôt qu'intuitivement, en réinvestissant ses connaissances probabilistes, pour l'amener à prendre une décision éclairée lors d'une éventuelle participation à un jeu de hasard et d'argent ?

Ces nouvelles questions me paraissent particulièrement riches à explorer dans d'autres recherches, afin de mieux comprendre le processus de complexification conceptuelle des élèves dans le contexte d'apprentissage du mystérieux monde du hasard et des probabilités.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier les élèves qui ont participé à ma recherche, l'enseignante qui m'a permis de réaliser mon projet dans sa classe, mes directrices de maîtrise pour m'avoir accompagné à chaque étape de mon processus, l'équipe de recherche dirigée par François Larose avec laquelle j'ai eu l'occasion de collaborer et le Conseil de recherches en sciences humaines pour avoir financé ma recherche.

BIBLIOGRAPHIE

BATANERO, C. et SERRANO, L. R. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. Journal for Research in Mathematics Education, 30(5), 558-567.

BRIAND, J. (2005). Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple. Recherches en didactique des mathématiques, 25(2), 247-282.

BROUSSEAU, G. (1998). Théories des situations didactiques. Grenoble: La Pensée sauvage.

DE VECCHI, G. (1992). Aider les élèves à apprendre. Paris: Hachette.

DUBOIS, P. (2002). Étude du phénomène des fausses conceptions en probabilités et statistiques chez des jeunes adultes québécois. Thèse non publiée, Université du Québec à Montréal, Montréal.

FISCHBEIN, E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Éditions Reidel.

FISCHBEIN, E., BĂRBAT, I. et MÎNZAT, I. (1971). Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l'initiation aux probabilités. Educational Studies in Mathematics, 4(2), 264-280.

FISCHBEIN, E., NELLO, M. S. et MARINO, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. Educational Studies in Mathematics, 22(6), 523-549.

FISCHBEIN, E. et SCHNARCH, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. Journal for Research in Mathematics Education, 28(1), 96-105.

GLASER, B. S. et STRAUSS, A. (1967). The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research. Chicago: Aldine Publishing Company.

GREEN, D. R. (1991). A longitudinal study of pupils' probability concepts. Papier présenté à la Actes de colloque du «Third International Conference on Teaching Statistics».

JANVIER, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics: Éditions Lawrence Erlbaum.

KISSANE, B. et KEMP, M. (2010). Teaching and Learning Probability in an Age of Technology. Papier présenté à la Linking applications with mathematics and technology; Actes de colloque du «Fifteenth Asian Technology Conference in Mathematics», Malaisie.

KONOLD, C. (1989). Informal conceptions of probability. Cognition and Instruction, 6(1), 59-98.

KONOLD, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability Radical constructivism in mathematics education (pp. 139-156).

KONOLD, C. (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. Journal of Statistics Education, 3(1), 1-9.

LADOUCEUR, R., SYLVAIN, C., BOUTIN, C. et DOUCET, C. (2000b). Le jeu excessif: comprendre et vaincre le gambling: Éditions de l'Homme.

LAROCHELLE, M., DÉSAUTELS, J. et RUEL, F. (1992). Autour de l'idée de science : itinéraires cognitifs d'étudiants et d'étudiantes: Presses de l'Université Laval.

LECOUTRE, M. P. et DURAND, J. L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aléatoire. Educational Studies in Mathematics, 19(3), 357-368.

PIAGET, J. (1967). Biologie et connaissance. Paris: Éditions Gallimard.

POIRIER, L. et CARBONNEAU, A.-M. (2002). Expérimentation d'un conte probabiliste dans une classe multi-âges du premier cycle du primaire. Instantanées mathématiques, 38(3), 4-12.

ROUAN, O. (1990). Conceptions probabilistes chez des élèves de 18-19 ans. Mémoire non publié, Université du Québec à Montréal, Montréal.

ROUAN, O. et PALLASCIO, R. (1994). Conceptions probabilistes d'élèves marocains du secondaire. Recherches en didactique des mathématiques, 14(3), 393-428.

SAVARD, A. (2008). Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire: vers une prise de décision. Thèse non publiée, Université Laval, Québec.

SCHWARTZ, C. (2006, 9 juin). Parler du hasard à l'école primaire. Papier présenté à la Actes de colloque du Congrès de la Copirelem, Dourdan.

SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 1-36.

SHAUGHNESSY, J. M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. D. Grouws (Ed.). Handbook on Research in Mathematics Teaching and Learning: New York: Macmillan.

STRAUSS, A. et CORBIN, J. M. (1990). Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques. Thousand Oaks: Sage Publications, Inc.

THEIS, L. et SAVARD, A. (2010a). Linking probability to real-world situations: How do teachers make use of the mathematical potential of simulation programs? Papier présenté à la Actes de colloque du «Eigth International Conference on Teaching Statistics» (ICOTS8) ; Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society, Slovénie.

THEIS, L. et SAVARD, A. (2010b). Recours à un simulateur pour enseigner les probabilités: quels défis et occasions pour des enseignants du début du secondaire? Papier présenté à la Actes de colloque annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec (GDM) ; L'enseignement des mathématiques dans et à travers des contextes particuliers : quel support didactique privilégier ?, Moncton.

THIBAULT, M. (2011). Apprentissage des probabilités pour des élèves du secondaire dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent : émergence de conceptions. Mémoire non publié, Université du Québec à Montréal, Montréal.

WATSON, J. M. et KELLY, B. A. (2004). Expectation versus variation: Students' decision making in a chance environment. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 4(3), 371-396.

ZIMMERMANN, G. (2002). Students' reasoning about probability simulations during instruction. Thèse non publiée, Illinois State University, Normal.

La transition secondaire-collégial explorée avec des enseignants sous l'angle des manières de faire les mathématiques

Claudia Corriveau, Doctorat en éducation, Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

1. DIFFÉRENTES PERSPECTIVES SUR LES QUESTIONS DE TRANSITION

Des chercheurs de différents pays ont mis en lumière que les transitions institutionnelles sont vécues comme difficiles par les élèves. Il importe de considérer ces moments notamment en lien avec la progression des apprentissages des élèves et leur réussite en mathématiques : transition primaire-secondaire (voir par ex. Bednarz, 2006), transition se condaire-postsecondaire[39] (voir par ex. Gueudet, 2008). Bien qu'elles apparaissent des moments clés, comme en témoignent les rapports des groupes de travail portant sur cette question au sein de colloques internationaux (voir en particulier EMF 2003 et EMF 2006), peu de recherches ont fait de cette transition leur objet d'étude.

Comme le montre la figure 1, dans le cas plus particulier de la transition secondaire-postsecondaire, une revue des travaux fait ressortir que cette question est approchée principalement du point de vue d'un seul ordre, par l'entremise des mathématiques avancées ou encore, de l'organisation des connaissances[40]. C'est en partant de travaux, menés au postsecondaire, que des chercheurs cernent

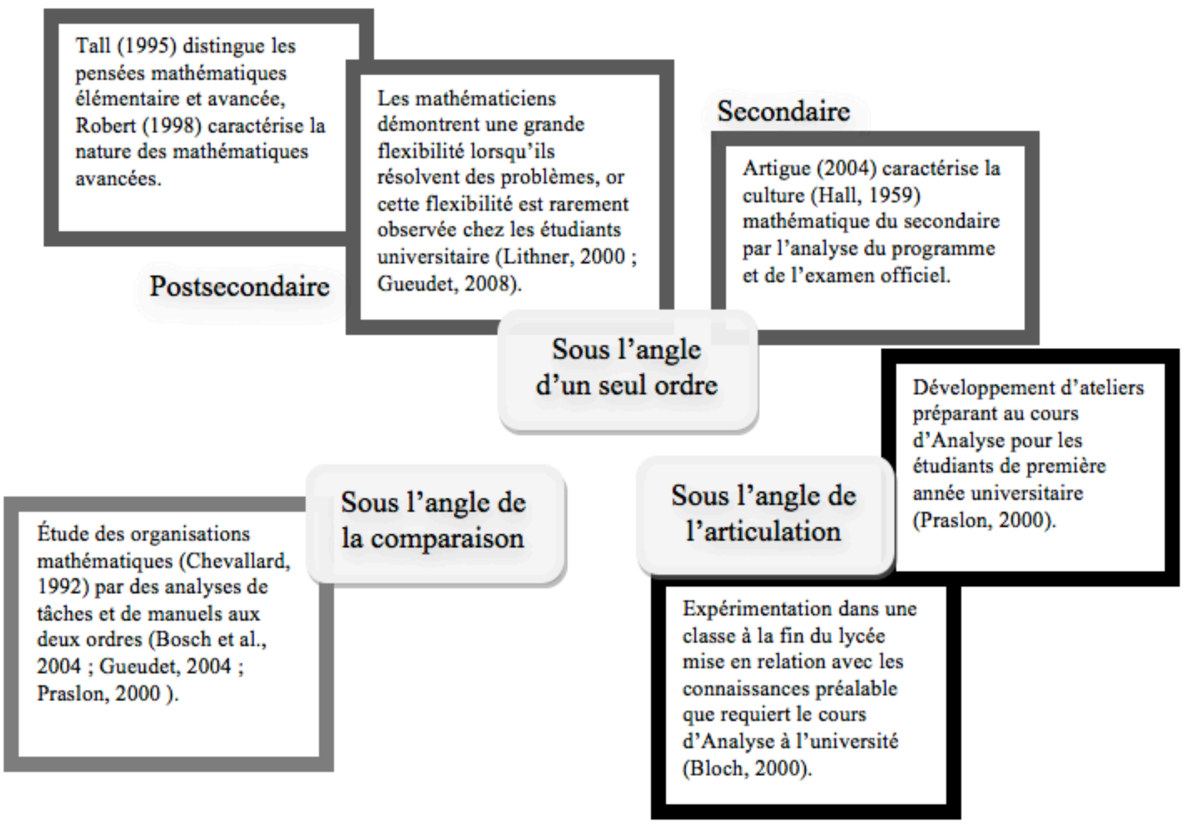


Figure 1. Différentes perspectives sur les questions de transition secondaire-postsecondaire

[39] Transition secondaire-collégial dans le cas du Québec.

[40] Comparaison entre les ressources cognitives des mathématiciens et celles des étudiants sollicitées lors de la résolution d'un problème.

des problèmes et difficultés liés à la transition, sans pour autant étudier cette transition comme telle (voir figure 1). En partant cette fois du secondaire, Artigue (2004) tente de caractériser ce qu'elle nomme la *culture mathématique* du secondaire à travers l'analyse des programmes en France. S'appuyant aussi sur sa connaissance du postsecondaire (Artigue, 1998, 2006; Artigue, Batanro et Kent, 2007), elle relève un *changement de culture mathématique* entre les deux ordres.

D'autres travaux ont porté sur une comparaison des tâches auxquelles sont confrontés les élèves aux deux ordres. Dans d'autres études, ce sont des chercheurs qui ont pris en charge, à eux seuls, la question de l'articulation secondaire-postsecondaire, en mettant en place des dispositifs *ad hoc* d'enseignement (Bloch, 2000; Praslon, 2000). D'autre part, leurs analyses préalables portaient principalement sur les tâches, les notes de cours et les productions des élèves. Les enseignants sont absents de ces analyses, tout comme ils le sont des autres travaux portant sur la transition. Pourtant, les élèves ne sont évidemment pas les seuls concernés par la transition et les enseignants ont également un rôle à y jouer.

Comme nous le mentionnions, Artigue (2004) évoque un changement de cultures mathématiques, s'inspirant dans ce cas de la notion de *culture* définie par l'anthropologue Hall (1959). Or, pour Hall, ce sont les manières de faire (développées par les membres d'un groupe), souvent non explicitées, et les activités intégrées inconsciemment dans les pratiques quotidiennes qui mènent aux plus grandes différences interculturelles. En contexte d'enseignement, ces manières qu'ont les enseignants de faire et de faire faire les mathématiques constituent en ce sens des composantes fondamentales de ce changement de cultures mathématiques. Le point de vue des enseignants, non pris en compte dans ces recherches, devient pourtant central, notamment parce que ces manières de faire les mathématiques sont les leurs et sont sans doute caractéristiques d'un ordre donné. Drouhard (2006) va dans ce même sens, en émettant l'hypothèse qu'en ce qui concerne les transitions, les changements de ce qu'il appelle les « règles du jeu mathématique » et les changements dans les manières de faire constituent des obstacles bien plus importants que les simples extension et approfondissement des objets mathématiques à l'étude. Des études antérieures (Corriveau, 2007), des observations en classe de fin du secondaire et du collégial et les propos des enseignants du collégial (voir Corriveau et Parenteau 2005, Corriveau et Tanguay, 2007) amènent en effet à penser qu'il y a des ruptures importantes dans ces manières de faire les mathématiques et de les faire faire aux élèves, notamment en termes de démonstration, de l'utilisation du symbolisme et de la définition.

Dans le cadre d'une recherche doctorale, nous avons entrepris l'exploration de la transition secondaire-collégial avec des enseignants des deux ordres, du point de vue de leur manières de faire les mathématiques.

2. UNE RECHERCHE SUR LA TRANSITION FAITES AVEC DES ENSEIGNANTS DANS UNE PERSPECTIVE D'HARMONISATION

Puisque dans notre travail le point de vue des enseignants est central, en effet, comment avoir accès à ses manières de faire les mathématiques sans les enseignants, nous les invitons à participer à la recherche et souhaitons que leur participation ait une réelle portée pour eux. Il ne s'agit pas seulement d'une portée sous forme de retombées, mais d'un réel rapprochement entre la recherche et la pratique où l'entend la « double-vraisemblance » (Dubet, 1994) au cœur de la recherche collaborative (Desgagné et al., 2001).
Cette manière d'envisager la recherche nous a donc amenés à nous questionner sur la motivation des enseignants à y participer. Sachant que la question de transition préoccupe beaucoup d'enseignants, la finalité d'harmonisation entre les manières de faire les mathématiques est celle qui, selon nous, donne sens à leur participation et guide le travail à faire. Nous avons voulu aborder la transition avec des enseignants en travaillant dans le sens d'un passage plus harmonieux. Le point de vue des enseignants, leur expérience d'enseignement, peut certainement être mis à profit lors de l'exploration de ce qui peut être fait à leur ordre respectif pour pallier la problématique de transition.

Ainsi, notre recherche vise aussi à comprendre ce que peut signifier adopter une perspective d'« harmonisation » lorsque l'on travaille avec des enseignants autour de questions relatives à la transition secondaire-collégial en mathématiques, du point de vue des manières de faire les mathématiques. Avant d'aller plus loin sur l'approche de recherche collaborative, penchons-nous d'abord sur l'objet central de cette recherche, les « manières de faire les mathématiques » des enseignants.

4. L'OBJET « MANIÈRES DE FAIRE LES MATHÉMATIQUES » DES ENSEIGNANTS

À propos de la transition du secondaire au postsecondaire, des chercheurs font apparaître des dimensions que cette recherche doit considérer. Par exemple, Artigue (2004) fait apparaître des dimensions de cette transition, qui restent à ce jour peu documentées, et qui relèvent de ce qu'elle nomme un changement de culture mathématique. Artigue s'est intéressée à la partie explicite, institutionnalisée, de cette culture alors que dans le cadre de notre recherche, c'est un savoir tacite, caché dans l'agir professionnel qui est l'intérêt : les manières de faire les mathématiques des enseignants.

3.1 Des manières de faire les mathématiques situées, ancrées dans un contexte professionnel

À l'instar de Lave (1988, 1996), les manières de faire les mathématiques sont vues comme se construisant dans une dialectique avec le contexte, dans le sens où le contexte agit comme une ressource structurante de ces manières de faire, elles-mêmes venant structurer en retour ce contexte. Les manières de faire les mathématiques de l'enseignant sont considérées comme étant situées dans le contexte de l'enseignement des mathématiques à un ordre donné, à un niveau donné.

Robert (1998) compare les pratiques mathématiques développées en classe par les enseignants du postsecondaire à celles des mathématiciens, une référence importante pour ces enseignants selon l'auteure. Il est difficile de cibler précisément ce qui sous-tend la position de Robert. De quels mathématiciens s'agit-il ? Ceux qui sont activement engagés dans la recherche, ceux qui font des mathématiques professionnellement : consultants, statisticiens, actuaires, professeurs de Cégep, etc. ? Il y pourtant des distinctions à faire entre toutes les pratiques impliquées ici : celles des professionnels-mathématiciens qui ont recours aux mathématiques dans leurs professions, celles des mathématiciens-chercheurs qui découvrent et créent dans ce domaine, celles des enseignants à chacun des ordres scolaires, dont le métier est d'enseigner les mathématiques, celles des élèves et celles des étudiants lorsqu'ils sont appelés à travailler en classe de mathématiques, voire celles développées en dehors de l'école (Lave, 1988; Traoré, 2006), en milieu de travail ou dans la vie quotidienne. Cette distinction est importante à faire, comme le montrent les travaux de recherche portant sur les pratiques mathématiques de professionnels (Noss, 2002 ; Noss, Pozzi et Hoyles, 1999) ou encore ceux de Burton (2004, 2007) portant sur les pratiques des chercheurs-mathématiciens. Burton a montré que les mathématiciens font eux-mêmes une distinction entre leurs pratiques mathématiques lorsqu'ils trouvent et prouvent des théorèmes en tant que chercheur et la manière dont ils font les mathématiques en classe (les chercheurs sont souvent professeurs, ils donnent les cours de mathématiques à l'ordre postsecondaire). Ce qui précède montre l'existence de pratiques mathématiques multiples, qui ne se recoupent pas complètement et qui sont en quelque sorte structurées, façonnées par le contexte dans lequel elles s'exercent.

Le contexte professionnel qui agit comme ressource structurante sur les manières de faire les mathématiques des enseignants est un contexte particulier, notamment parce qu'il porte en lui l'intention d'enseigner (Ball et Bass, 2003). Plusieurs travaux de recherche ont cherché à cerner la nature particulière des mathématiques ancrées dans ce contexte, ce que certains appellent les mathématiques pour l'enseignement (Ball et Bass, 2003) ou encore les mathématiques professionnelles (Bednarz, Proulx, 2011). Bednarz et Proulx (2009) mettent notamment en évidence que les enseignants font leurs différents choix selon un examen à la fois mathématique, pédagogique, didactique et institutionnel de la situation; ces mathématiques ne sont donc jamais purement mathématiques, mais toujours imbriquées à de multiples autres dimensions. Ainsi dans le cadre de notre recherche, les manières de faire les mathématiques des enseignants, ancrées dans ce contexte particulier professionnel qui est celui de l'enseignement des mathématiques à un ordre donné, pourraient bien n'être pas purement mathématiques, mais structurées par ce projet d'enseignement, imbriquant d'autres dimensions.

Ce constat, Bednarz et Proulx l'ont fait en entreprenant de conceptualiser les connaissances et l'utilisation des mathématiques dans l'enseignement. Ils font ressortir que pour l'enseignant, une situation mathématique est enracinée dans un contexte d'enseignement et d'apprentissage et donc, les *connaissances mathématiques de l'enseignant*. Ce que Bednarz et Proulx proposent comme conceptualisation de ce que veut dire « connaître et utiliser les mathématiques pour l'enseignant » peut certainement orienter notre propre conceptualisation des manières de faire les mathématiques des enseignants.

Bednarz et Proulx (2011) ont observé, chez les enseignants de différents niveaux, une « fragmentation » (Noss, 2002) du travail de ces enseignants qui façonnent différemment leurs connaissances mathématiques. Du point de vue des manières de faire, cela signifie sans doute qu'il y a aussi une « fragmentation » de celles-ci dans la mesure où les contenus changent ou évoluent et les visées sont différentes, cela contribuant, selon certains enseignants du collégial (voir Corriveau et Tanguay, 2007), aux difficultés des étudiants. La définition, par exemple, est introduite non formellement, elle arrive en fin de parcours dans le travail sur un concept au secondaire; elle sert à décrire, à calculer et à opérer au collégial. De telles manières de définir ne sont pas nécessairement visibles sous l'angle des mathématiques, des manuels ou du programme d'études.

Ces connaissances sont constituées de *connaissances-en-acte* (Vergnaud, 1991), ce qui signifie que les enseignants développent leurs *pratiques mathématiques* dans l'action, sur le moment, en s'adaptant à la classe (Bednarz et Proulx, 2009; Mason et Spense, 1999), selon une certaine rationalité. Ce concept de connaissance-en-acte rejoint en quelque sorte l'idée de « réflexion en cours d'action et sur l'action » de Schön (1996). C'est un savoir qui s'est construit dans l'expérience et qui est contextualisé. Selon ces auteurs, ces connaissances-en-acte renvoient entre autre à des manières de faire les mathématiques en classe, des pratiques mathématiques. Certaines de ces connaissances-en-acte sont aussi de l'ordre « d'éléments auxquels l'enseignant tient dans son enseignement » (p. 3). Par exemple, un enseignant qui sollicite constamment chez ses élèves le recours à des justifications :

> De façon implicite, ceci communique aussi aux élèves sa vision des mathématiques et des façons de faire les mathématiques (Bauersfeld, 1994, cité dans Bednarz et Proulx, 2009, p. 3).

3.2 Comment se constituent ses manières de faire les mathématiques : une perspective ethnométhodologique

Les concepts proposés par Garfinkel (1967), fondateur du courant ethnométhodologique, sont non seulement appropriés pour la considération de l'enseignant comme agissant dans une certaine culture mathématique (Artigue, 2004) et institutionnelle (Praslon, 2000), mais aussi pour aborder l'objet « manières de faire les mathématiques » des enseignants. L'ethnométhodologie s'intéresse justement aux manières de faire qui se constituent au sein des activités du quotidien et qui sont partagées par les « membres »[41] d'un groupe social, que ce groupe soit clairement circonscrit ou non[42] (Garfinkel, 1967). Les membres partagent un « code »[43] de signification qui fait apparaître des façons de faire et de dire permettant à ses membres de se comprendre et d'interagir.

Pour un enseignant qui est engagé dans ses activités d'enseignement au quotidien, faire des mathématiques en classe, à un ordre donné, c'est constituer ce que signifie faire des mathématiques à cet ordre. Les procédures interprétatives des acteurs leur permettent à la fois d'interpréter le « code » (à propos de ce que c'est faire des mathématiques à un ordre donné), de lui donner sens, d'accomplir leurs actions et ainsi de poursuivre la constitution du code. Cette interprétation est indissociable de l'acte « faire des mathématiques » au sens où en faire dans le cadre de leur enseignement met au jour une capacité d'interprétation des enseignants et permet en retour d'interpréter ce

[41] Au sens ethnométhodologique.

[42] Les enseignants d'un ordre donné peuvent constituer un groupe (plutôt circonscrit) tout aussi bien que des gens qui traversent la rue à une intersection (moins circonscrit).

[43] La notion de code est utilisée dans une perspective ethnométhodologique. L'ethnométhodologie s'intéresse aux « ethnométhodes » c'est-à-dire aux « procédures que les membres d'une forme sociale utilisent pour produire et reconnaître leur monde, pour rendre familier en l'assemblant » (Coulon, 1993, p. 127). En ce sens, les membres partagent un code de significations et de conventions de sens.

que signifie faire des mathématiques (c'est ce qu'on appelle en ethnométhodologie la « réflexivité »). Les enseignants d'ordres différents partagent des contextes différents (lieux, programmes, manuels, visées) qui ouvrent sur diverses interprétations possibles. À l'inverse, des enseignants d'un même ordre partagent un même contexte et nous dirons donc que leurs manières de faire sont indexées à ce contexte. Les enseignants d'un même ordre partagent donc un *code* de significations qui fait apparaître des façons de faire et de dire communes, permettant à ses membres de se comprendre et d'interagir.

Par exemple, lorsque des enseignants du secondaire introduisent la mise en évidence simple, elle est utilisée à des fins pratiques ciblées, comme la résolution d'une équation du second degré. Ainsi, une certaine manière de faire la mise en évidence sera induite. On parlera par exemple de facteur commun et on factorisera ainsi : $x^2 + x = x(x + 1)$. L'enseignant du collégial qui doit introduire des limites s'y prend autrement pour faire une mise en évidence simple dans ce contexte. Par exemple, il ne parle peut-être plus d'un facteur commun à tous les termes (pensons par exemple à la mise en évidence simple suivante : $x^2 + x = x^2(1 + 1/x)$). Faire une mise en évidence simple est continuellement créé par les enseignants selon leur contexte. L'intérêt de l'ethnométhodologie est donc de mettre en lumière comment les acteurs — dans ce cas-ci des enseignants — s'y prennent-ils pour donner sens et, *de facto*, accomplir leurs actions de tous les jours lorsqu'ils font des mathématiques et font faire des mathématiques aux élèves. Comment s'élabore maintenant la démarche pour aborder empiriquement ce qui précède, dans ce contexte de transition ?

4. LA RECHERCHE COLLABORATIVE COMME APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

Le modèle de recherche collaborative (Bednarz, 2005; Desgagné, 1997, 1998, 2001; Desgagné et al., 2001; Desgagné et Bednarz, 2005) permet d'une part, l'exploration de ce que les enseignants développent dans le contexte de leur pratique : les manières de faire les mathématiques des enseignants des deux ordres. C'est une approche qui engage les enseignants eux-mêmes à réfléchir sur leur pratique. D'autre part, elle reconnaît aussi à la chercheuse son engagement. En effet, l'approche méthodologique retenue permet d'étudier ce que des praticiens et la chercheuse vont construire en interaction, c'est-à-dire un sens à ce que signifie adopter une perspective d'harmonisation.

La rencontre entre chercheuse et praticiens s'actualise en une *activité réflexive* autour du phénomène investigué. Dans une perspective de double-vraisemblance, l'activité réflexive sert aussi bien les besoins de la recherche, et sert de dispositif de collecte de données, que de lieu de questionnement pratique pour les enseignants qui s'y engagent. Elle devient donc une « zone interprétative » pour le chercheur, une occasion pour lui de collecter des données susceptibles de faire avancer les connaissances liées aux aspects de la pratique investiguée (Desgagné, 2001).

L'aménagement des situations servant de base de discussion constitue le défi méthodologique de cette activité réflexive. En effet, ces situations doivent permettre une explicitation des codes de pratiques partagés pour avancer sur une harmonisation des pratiques.

4.1 Quelques fondements à l'élaboration de situations servant de base de discussion entre les enseignants des deux ordres

Mentionnons d'abord que les tâches ont été construites dans l'idée de jumeler des situations routinières et familières, au sens où les problèmes et productions soumis aux enseignants proviennent des ordres secondaire et collégial et portent sur des contenus qu'ils enseignent. Les situations sont élaborées autour d'actions que les enseignants posent quotidiennement dans leur pratique d'enseignement (Desgagné et al., 2001): commenter la solution d'un élève; établir les exigences par rapport à un problème donné; proposer à des élèves une démarche de résolution à un problème; proposer à des élèves une démonstration; choisir une définition pour un concept mathématique donné; donner sens à une solution d'élèves, choisir des problèmes et des exemples tirés de manuels, etc.

Cependant, nous cherchons aussi à briser subtilement cette familiarité par des éléments d'étrangeté qui déstabilisent les enseignants et forcent en ce sens une explicitation. C'est ce qu'en ethnométhodologie on appelle « le *breaching* »[44] (Garfinkel, 1963). Les réactions des enseignants à ces situations inhabituelles mettront en évidence ce qui est signifiant pour eux, leurs manières habituelles de faire les mathématiques en classe qui, en bref, permettent l'explicitation des allants-de-soi et du code partagé. Autrement dit, en classe, les enseignants font ce qu'ils ont à faire naturellement, sans y penser, et les confronter à des situations inhabituelles les incite à faire paraître le sens de leurs actions habituelles.

4.2 Un exemple de situation utilisée comme base de discussion lors de la première séance avec les enseignants

À titre d'exemple, voici une situation qui a été proposée aux enseignants lors de cette première rencontre (*cf.* figures ci-dessous). Il s'agit d'une situation familière dans la mesure où elle porte sur les contenus du secondaire et du collégial (les fonctions), elle réfère à des modes de représentation utilisés par ces enseignants avec les élèves au secondaire (tableau de valeurs et graphique) ou au collégial (tableau de variations); elle rejoint donc les enseignants des deux ordres, mais il s'agit aussi d'une situation de *breaching* dans la mesure où, entre autre, la tâche 1 correspond davantage à ce qui peut se faire au secondaire et la tâche 2 introduit le mode de représentation *tableau de variations* vu au collégial. Les enseignants d'un ordre sont en ce sens confrontés à ce que les enseignants de l'autre ordre font. Il s'agit aussi d'une situation de *breaching* puisque, bien que ce soit des tâches scolaires des niveaux concernés, aucune tâche de ce type n'a été trouvée dans les manuels aux deux ordres, ni exploitée en classe lors de mes observations.

Nous nous attendons donc à ce que les discussions soulevées par cette situation permettent aux enseignants d'expliciter leurs manières de faire usuelles et d'échanger à propos de celles-ci. Cela montre comment ce lieu de questionnement pratique est une source riche de données sur le plan de la recherche. Cette entrée par leurs manières de faire les mathématiques, que les enseignants vont expliciter entre eux, pour mieux les comprendre, est questionnée en relation avec l'autre ordre et poussée plus loin en amont ou en aval.

Avant de présenter la situation, il est utile de mentionner qu'une revue des manuels, des travaux de recherche en didactique des mathématiques sur la transition ou sur le thème abordé (ici les fonctions), des observations de terrain et des propos d'enseignants ont permis d'établir un aperçu de ce qui pouvait constituer une base de discussion. Évidemment, dès la première séance, d'autres avenues ont émergé, mais ce premier balayage a été très important.

Déroulement de la situation

J'ai d'abord formé trois équipes interordres (un ou deux enseignants du secondaire et un enseignant du collégial). J'ai remis la tâche 1[45] (figure 2) aux équipes en demandant : *Est-ce un type de tâche que vous faites au secondaire ? Au collégial ?* L'idée sous-jacente est d'explorer comment le tableau de valeurs est exploité.

Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-3; 3] dont on connait le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Tracer une courbe compatible avec ce tableau de valeurs.

b) Peut-on en tracer d'autres ? Si oui, tracez-en une. Si non, expliquez.

Figure 2. Tâche 1 de la première rencontre

J'ai ensuite questionné les enseignants à propos de solutions d'élèves : *Telle qu'elle est posée ici, comment pourraient répondre vos élèves ou étudiants ?* J'ai distribué des productions d'élèves (voir figure 3) et posé une nouvelle question : *Qu'est-ce que vous pensez de ces solutions d'élèves ?* J'avais l'intention de connaître les attentes et exigences des enseignants vis-à-vis des élèves ou des étudiants.

[44] Coulon (1987) a traduit en français par « provocation expérimentale ».

[45] Adapté de Coppé, Dorier et Yavuz (2006).

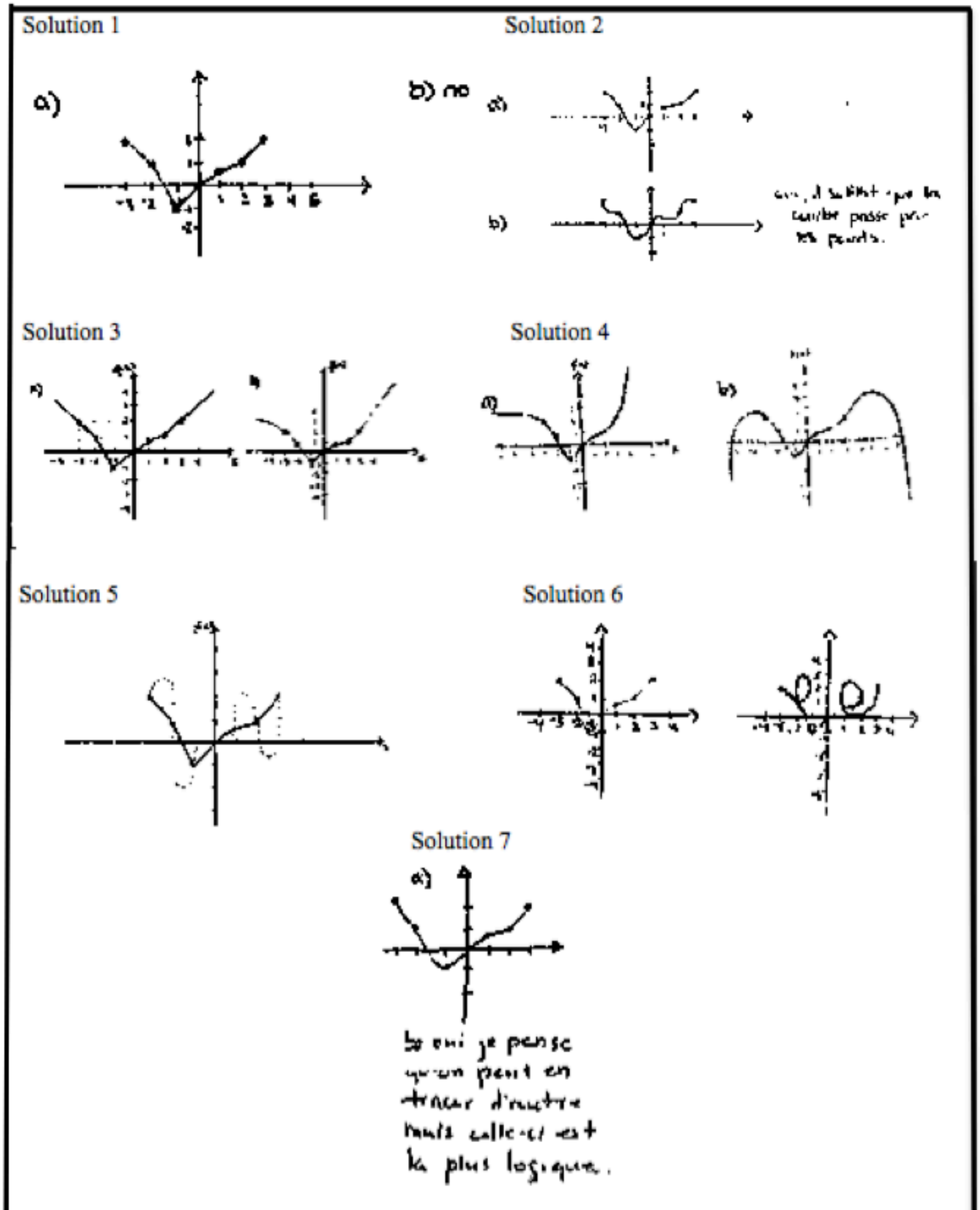


Figure 3. Production d'étudiants en réponse à la tâche 1

Nous avons par la suite discuté en collectif. J'ai préparé des extraits de manuels du secondaire et du collégial dans lesquels on retrouve des tableaux de valeurs pour appuyer la discussion et la poursuivre en demandant : *Pourquoi se sert-on de tableaux de valeurs au secondaire et au collégial?* Après discussion, j'ai présenté une deuxième tâche (figure 4) à regarder en équipes interordres : *Que pensez-vous de cette tâche ? Qu'est-ce que vos étudiants pourraient répondre à une telle question ?*

J'ai remis des productions d'étudiants en demandant aux enseignants ce qu'ils pensaient de leurs solutions. En collectif, les enseignants se sont exprimés sur la tâche et j'ai pu les questionner sur l'utilisation du tableau de variations au collégial. J'avais préparé des exemples d'utilisation de tableaux de variations dans différents manuels scolaires.

Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-3; 3] dont on connait le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Complétez le tableau de variations ci-dessous pour qu'il soit compatible avec ce tableau de valeurs.

x	-3		-1		2		?		?
$f(x)$	2	$\searrow$	?		?	$\searrow$	?	$\nearrow$	?

b) Y a t-il d'autres façons de le compléter ? Si oui, lesquelles. Si non, expliquez.

Figure 4.Tâche 2 de la première rencontre

Finalement, en collectif, nous avons discuté du fait que le tableau de valeurs est utilisé plus au secondaire qu'au collégial. Le tableau de variations (et de signes) est utilisé au collégial seulement. *Comment penser la transition entre les deux ?*

CONCLUSION

Bien que les analyses soient en cours présentement, nous sommes en mesure d'affirmer que lorsque les enseignants ont échangé et réagi aux tâches, ils ont mis en évidence des aspects de leur pratique. Du point de vue de la recherche, il paraît possible, à la lumière des échanges, de documenter ces manières de faire les mathématiques aux deux ordres à propos des fonctions, de pointer des éléments de rupture et de continuité. En même temps, cette situation a permis le questionnement pratique pour les enseignants. L'exploration des tâches, la prise en compte de ce qui est présenté dans les manuels à chacun des ordres en lien avec le tableau de valeurs permet les discussions et l'explicitation de ce qui est réellement fait. L'interaction permet la réflexion des enseignants autour de leurs propres pratiques à la lumière de ce qui est fait à l'autre ordre.

D'une part, ce travail nous amène à constater les écarts, mais aussi les affiliations entre les manières de faire les mathématiques au secondaire et au collégial. D'autre part, il ouvre sur diverses façons de travailler à un passage plus harmonieux et ainsi permet une meilleure compréhension de ce que signifie une perspective d'harmonisation lorsqu'il est question de transitions interordres.

BIBLIOGRLAPHIE

Artigue, M. (1998). L'évolution des problématiques en didactique de l'analyse. Recherchen en didactique des mathématiques, 18(2), 231-261.

Artigue, M. (2004, juillet). Le défi de la transition secondaire/supérieur : Que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine. Communication présentée au 1er Congrès Canada-France des sciences mathématiques, Toulouse.

Artigue, M. (2006). Apprendre les mathématiques au niveau universitaire : ce que les recherches récentes nous apprennent dans ce domaine. Annales de didactique et de sciences cognitives, 11, 269-288.

Artigue, M., Batanero, C., et Kent, P. (2007). Mathematics thinking and learning at post-secondary level. Dans F. Lester (Dir.), NCTM Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (Vol. 2, pp. 1011-1049).

Ball, D. L. et Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. Dans E. Simmt et B. Davis (dir.), Proceedings of the annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group (p. 3-14). Edmonton, Canada : CMESG.

Bednarz, N. (2005). Cheminement éthique d'un chercheur engagé en recherche collaborative. Revue des sciences de l'éducation, 31(2), 417-440.

Bednarz, N. (2006). Pour une plus grande harmonisation dans la transition du primaire au secondaire en mathématique. Dans J.-C. Girard, M.-J. Haguel et G. Payette (Dir.), Actes du 49e Congrès de l'Association mathématique du Québec : Mathématiques et diversité culturelle (pp. 31-37). Québec : Université de Sherbrooke.

Bednarz, N., et Proulx, J. (2009). Knowing and using mathematics in teaching conceptual and epistemological clarifications. For the Learning of Mathematics, 29(3), 11-17.

Bednarz, N., et Proulx, J. (2011). An attempt at defining teachers' mathematics through

research on mathematics at work. Disponible à :

http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/17a/CERME7_WG17A_Bednarz&Proulx.pdf

Bloch, I. (2000). L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée / université : savoirs, connaissances et conditions relatives à la validation. Thèse inédite de doctorat. Université Victor Segalen, Bordeaux 2, France.

Bloch, I., Kientega, G. et Tanguay, D. (2006). Synthèse du Thème 6. Transition secondaire, post-secondaire en mathématiques. Dans N. Bednarz (Dir.), Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés (CD-ROM). Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

Bosch M., Fonseca C. et Gascon J. (2004) Incompletud de las organizaciones atematicas locales en las instituciones escolares. Recherches en didactique des mathématiques, 24(2-3), 205-250.

Burton, L. (2004). Mathematicians as enquires. Norwell, Massachusset: Kluwer Academic Publisher.

Burton, L. (2007). Mathematicians Narratives About Mathematics. Dans B. Van Kerkhove et J.-P. v. Bendegem (Dir.), Perspectives on mathematical practices (pp. 155-173). Netherlands: Springer.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 12(1), 73-112.

Corriveau, C. (2007). Arrimage secondaire-collégial: démonstration et formlisme. Mémoire de maîtrise inédit, Université du Québec à Montréal, Montréal.

Corriveau, C., & Parenteau, J. (2005). Comment aménager le cours mathématique 536 du secondaire en vue de mieux préparer les élèves aux cours de mathématiques du cégep. Envol, 132, 25-28.

Corriveau, C., et Tanguay, D. (2007). Formalisme accru du secondaire au collégial : les cours d'Algèbre linéaire comme indicateurs. Bulletin AMQ, XLVII(1), 6-25.

Coulon, A. (1993). Ethnométhodologie et éducation. Paris: Presses universitaires de France.

Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants Revue des sciences de l'éducation, 23(2), 371-393.

Desgagné, S. (1998). La position du chercheur en recherche collaborative : illustration d'une démarche de médiation entre culture universitaire et culture scolaire. Recherches qualitatives, 18, 77-105.

Desgagné, S. (2001). La recherche collaborative : une nouvelle dynamique de recherche en éducation. Dans M. Anadón (Dir.), Nouvelles dynamiques de recherche en éducation (pp. 51-76). Québec: Les presse de l'université Laval.

Desgagné, S., Bednarz, N., Couture, C., Poirier, L., et Lebuis, P. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. Revue des sciences de l'éducation, XXVII(1), 33-64.

Desgagné, S., et Bednarz, N. (2005). Médiation entre recherche et pratique en éducation : faire de la recherche « avec » plutôt que « sur » les praticiens. Revue des sciences de l'éducation, 31(2), 245-258.

Drouhard, Jean-Philippe. (2006). Prolégomènes « épistémographiques » à l'étude des transitions dans l'enseignement des mathématiques. Dans N. Bednarz et C. Mary (Dir.), Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communauté: (CD-Rom). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Dubet, F. (1994). Sociologie de l'expérience. Paris: Seuil.

Garfinkel, H. (1963). A conception of and experiments with" trust" as a condition of concerted stable actions. In O. J. Harvey (Ed.), The production of reality: Essays and readings on social interaction (pp. 381-392). New York: Ronald Press.

Garfinkel, H. (1967). Studies in Ethnomethodology : [Recherches en ethnométodologie, Paris, Presses Universitaires de France, 2007].

Gueudet, G. (2004). Rôle du géométrique dans l'enseignement de l'algèbre linéaire Recherchen en didactique des mathématiques, 24(1), 81-114.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. Educational Studies in Mathematics, 67, 237-254.

Hall, E. T. (1959). Le langage silencieux (traduction 1984). Paris: Seuil, Points.

Lave, J. (1988). Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J. 1996. Teaching, as Learning, in practice. Mind, Culture and Activity, 3(3), 149-164.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. Educational Studies in Mathematics, 41, 165-190.

Noss, R. (2002). Mathematical epistemologies at work. For the learning of mathematics, 22(2), 2-13.

Noss, R., Pozzi, S., et Hoyles, C. (1999). Touching Epistemologies: Meanings of Average and Variation in Nursing Practice. Educational Studies in Mathematics, 40(1), 25-51.

Praslon, F. (2000). Continuités et ruptures dans la transition Terminale S / DEUG Sciences en analyse : Le cas de la notion de dérivée et son environnement. Thèse de doctorat inédite. Paris : Université Paris 7.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. Recherches en didactique des mathématiques, 21(1-2), 57-80.

Schön, D. A. (1996). À la recherché d'une nouvelle épistémologie de la pratique et de ce qu'elle implique pour l'éducation des adultes. Dans J.-M. Barbier (dir.), Savoirs théoriques et savoirs d'action (pp. 201-222). Paris : PUF

Tall, D. (Dir.) (1991). Advanced mathematical thinking. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Traoré, K. (2006). Etudes des pratiques mathématiques développées en contexte par les Siamous au Burkina Faso. Thèse de doctorat inédite. Université du Québec à Montréal, Montréal.

Différentes utilisations de la recherche en didactique des mathématiques dans la formation initiale : l'exemple d'un cours à l'UQAM destiné aux futurs enseignants du secondaire

Caroline Lajoie et Mireille Saboya
GREFEM – Groupe de recherche surla formation à l'enseignement des mathématiques
Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

La recherche en éducation devrait avoir davantage d'écho dans la formation initiale des enseignants. La question se pose toutefois à savoir comment cette formation peut concrètement prendre appui sur les avancées de la recherche dans ce domaine. Dans ce texte, nous rapportons une analyse de notre pratique de formatrices dans le cadre d'un cours intitulé « Raisonnement proportionnel et concepts associés » en vue de dégager à la fois diverses manières dont nous tirons profit de la recherche en didactique des mathématiques dans notre cours et les intentions de formation qui nous amènent à procéder ainsi.

INTRODUCTION

En 2001, le Ministère de l'Éducation du Québec précise que la recherche en éducation devrait « occuper une place importante » dans la formation des enseignants et ses résultats devraient y être « réinvestis » (p. 28). Debien (2010) va dans ce sens, soulignant que la recherche en éducation devrait avoir davantage d'écho dans la formation initiale des enseignants. Ces propos nous ont amenées à nous questionner sur notre pratique comme formatrices au Baccalauréat en enseignement secondaire à l'UQAM auprès de futurs enseignants de mathématiques.

Depuis 2006, nous intervenons dans un cours de didactique en deuxième année intitulé *« Raisonnement proportionnel et concepts associés »*. Ce cours prend place à la deuxième année du BES. À ce stade, les étudiants ont déjà été initiés à la didactique des mathématiques dans un cours intitulé *Didactique 1 et laboratoire* et ils se préparent à réaliser leur premier stage d'intervention dans une école secondaire, ce stage démarrant immédiatement après la fin de notre cours. Dans ce texte, nous présentons trois différentes manières dont nous tirons profit de la recherche dans ce cours et nous illustrons chacune à l'aide d'un exemple. Aussi, nous précisons pour chacune nos intentions de formation.

Au départ implicites, ces intentions ont pu être dégagées grâce à une analyse de notre pratique[46] (plus précisément des tâches que nous proposons aux étudiants, des exemples de problèmes que nous utilisons, des concepts didactiques auxquels nous avons recours, des travaux de recherche que nous citons, etc.), laquelle a donné lieu à un article plus complet qui paraîtra sous peu dans la revue CJSMTE (Lajoie et Saboya, accepté). Tous les exemples présentés dans le présent texte sont repris de cet article. Il est à noter que même si les exemples choisis sont circonscrits à un contenu précis, les apports quant au rôle de la recherche qui s'en dégagent ont une portée plus générale.

1. LA RECHERCHE MISE À PROFIT EN DEUX TEMPS : D'ABORD DE FAÇON IMPLICITE, PUIS DE FAÇON EXPLICITE

Dès le premier cours, nous demandons aux étudiants de composer des problèmes "proportionnels", de les résoudre et de nommer (si possible) la ou les procédure(s) utilisée(s) pour y arriver. En général, les procédures utilisées par nos étudiants pour résoudre leurs propres problèmes correspondent aux techniques ou méthodes qu'ils ont apprises à l'école, qu'ils nomment parfois indistinctement ou avec beaucoup de confusion : « proportion », « produit croisé », « produit en

[46] Il sera question dans cet article de notre pratique de formation. Il est à noter cependant qu'au fil des ans, plusieurs didacticiens de l'UQAM se sont impliqués dans ce cours, dont Bernadette Janvier, qui a fait un travail colossal au niveau de la mise en place de plusieurs des activités de formation auxquelles nous ferons référence.

croix », « règle de trois » ou encore « méthode *du poisson* » ! Les étudiants sont par ailleurs toujours surpris que, pour une procédure donnée, il n'y ait pas dans la classe de consensus sur le nom devant lui être attribué[47]. Les productions suivantes illustrent différentes manières de nommer une même méthode visant à résoudre un problème de recherche d'une quatrième proportionnelle :

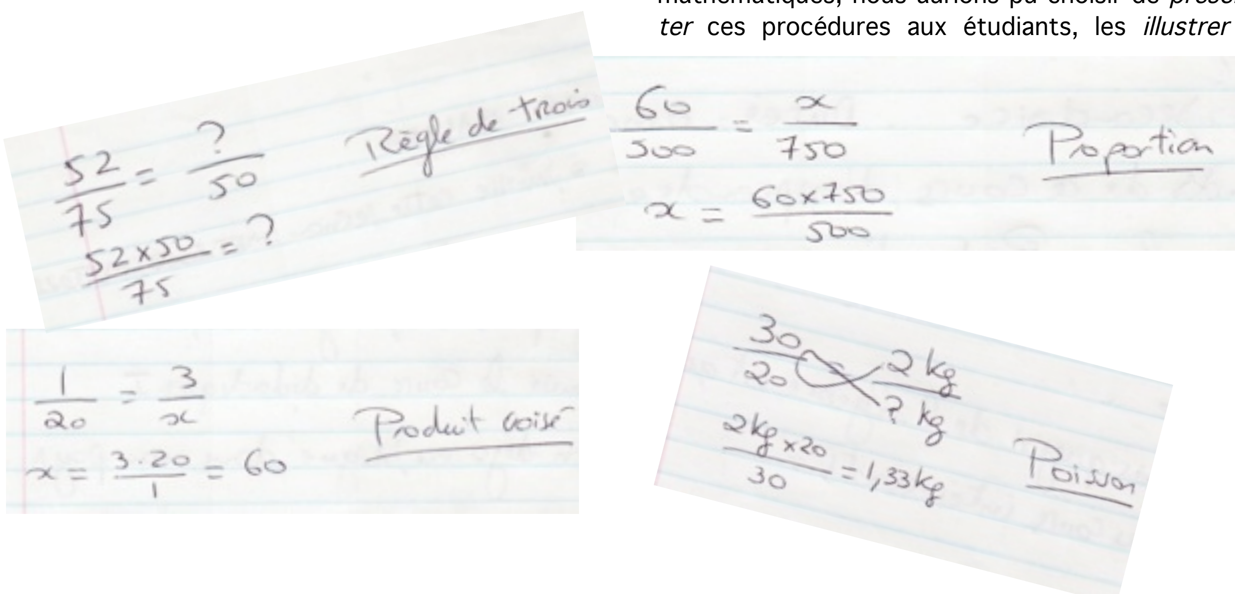


***Figure 1** : Différentes productions d'élèves autour de la nomenclature de la méthode utilisée[1]*

Les futurs enseignants reconnaissent rapidement ne pas être en mesure de donner du sens à ces techniques, qu'ils considèrent eux-mêmes comme des recettes à suivre. À ce stade, nous voulons convaincre les étudiants qu'il y a d'autres moyens de résoudre des problèmes de proportionnalité qui s'avèrent plus porteurs de sens.

Un des résultats de recherche qui alimente alors notre cours, et qui s'avère avoir un impact majeur sur celui-ci, est le fait qu'avant tout enseignement formel les élèves ont recours à une panoplie de stratégies qu'ils mobilisent dans la résolution de problèmes proportionnels. Plusieurs chercheurs d'à travers le monde ont fait ce constat au cours des trente-cinq dernières années, et ce dans des contextes variés (par exemple Côté et Noëlting, 1971; Karplus, Karplus, Wollmann, 1974; Julo, 1982; Tournaire, 1986; Levain, 1992; Charnay, 1997-1998; Oliveira, 2000; Pfaff, 2003; Oliveira, 2008).

Étant donné que la panoplie des procédures personnelles mises en œuvre par les élèves pour résoudre des problèmes de proportionnalité est bien documentée par la recherche en didactique des mathématiques, nous aurions pu choisir de *présenter* ces procédures aux étudiants, les *illustrer* à l'aide d'exemples bien choisis, les *analyser*, etc. Nous avons plutôt choisi d'amener nos étudiants, dans un premier temps, à *identifier eux-mêmes* ces procédures à travers une première expérimentation réalisée (par eux) auprès de personnes de leur entourage. Dès lors, et ce pendant une partie importante du cours, nous les plaçons eux-mêmes en quelque sorte en pleine démarche de recherche.
0.......

Pour ce faire, nous leur proposons une série de trois problèmes, soit deux problèmes de *recherche d'une quatrième proportionnelle* et un problème de *comparaison*. Chaque étudiant a comme mandat de demander à trois personnes de son entourage de les résoudre par écrit en laissant toutes les traces de leur démarche. Les personnes choisies doivent être des élèves à qui le raisonnement proportionnel n'a pas encore été enseigné de manière formelle[48]

[47] Nous avons constaté en préparant le présent article que le « flou » au niveau de la terminologie utilisée pour parler du raisonnement proportionnel n'a rien d'exceptionnel. Le lecteur intéressé pourra lire à ce sujet Comin (2002).

[48] L'enseignement formel du raisonnement proportionnel commence généralement au Québec au cours de la deu-

ou des adultes n'ayant pas étudié les mathématiques au cours des dernières années.

Les problèmes proposés aux étudiants à cette étape proviennent d'une banque élaborée au fil des ans à partir de divers travaux portant sur la proportionnalité (dont en particulier Boisnard *et al.*, 1994). À titre d'exemple, les trois problèmes suivants ont déjà été proposés aux étudiants :

Problème 1 (Mazout):
En 7 heures, une installation de chauffage consomme 35 litres de mazout. Combien consomme-t-elle en 21 heures ?

Problème 2 (Orangeade):
Nadine et Simon sont invités à une fête. Ils ont décidé de préparer de l'orangeade. Nadine a utilisé 20 verres d'eau pétillante et 16 verres de jus d'orange. Simon a utilisé 16 verres d'eau pétillante et 12 verres de jus d'orange. Quel mélange goûtera le plus le jus d'orange ? Celui de Nadine ou celui de Simon ?

Problème 3 (Distance parcourue):
Catherine et Martin quittent la maison à la même heure tous les matins pour se rendre à l'école. Catherine a remarqué qu'elle parcourt 3,5 mètres alors que Martin en parcourt 5. Si, après un certain temps, Martin a parcouru 6 mètres, quelle distance Catherine a-t-elle parcourue ?

***Figure 2** : Un exemple de trois problèmes utilisés dans la première expérimentation*

Le lecteur averti aura deviné que le choix des problèmes n'est pas anodin et que certaines variables didactiques ont fait l'objet d'un choix judicieux ! En effet, ces problèmes ont été choisis de manière à provoquer chez les volontaires le plus de procé ***Figure 3*** : *Une solution au problème 3 (distances parcourues par Catherine et Martin)*dures personnelles possibles, dont des procédures erronées, et d'éviter le plus possible le recours à des méthodes enseignées. Le jeu sur ces variables didactiques fait d'ailleurs l'objet d'une discussion approfondie avec les étudiants à une étape subséquente du cours. À cette étape-ci, donc, rien n'est mentionné aux étudiants relativement au choix des problèmes.

Les productions des participants à cette première expérimentation nous sont par la suite remises. Nous compilons toutes les solutions et nous les remettons aux étudiants. Des solutions variées, parfois surprenantes pour les étudiants, apparaissent, et ceux-ci doivent les décortiquer, les analyser, et se prononcer sur leur validité. La méthode suivante (utilisée pour résoudre le problème no3 de la figure 2), par exemple, suscite généralement une vive discussion lorsqu'elle apparaît dans les copies, les étudiants n'étant plus familiers avec l'expression « a est à b ce que c est à d » :

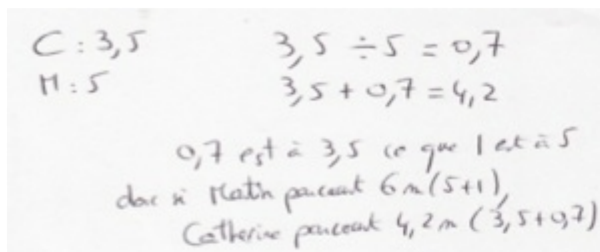


Figure 3 : *Une solution au problème 3 (distances par courues par Catherine et Martin)*

Rapidement, les étudiants repèrent des ressemblances et des différences entre les différentes solutions, et les classent selon la procédure mise en œuvre. Une discussion a lieu par la suite pour comparer les différentes procédures repérées, et pour confronter les différentes interprétations lorsque ces dernières ne concordent pas. Par la suite, une vidéo (Bednarz, 1989)[49]) dans laquelle on peut voir une classe d'élèves québécois avoir recours à des procédures personnelles pour résoudre des problèmes « proportionnels » avant enseignement formel est présentée. Des noms sont alors proposés pour les diverses procédures. Les étudiants doivent donc tenter de nommer les procédures repérées dans les productions des participants à la première expérimentation à partir de la terminologie présentée dans la vidéo. Puis, un parallèle est fait avec la terminologie utilisée par le Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports

xième année du premier cycle du secondaire, soit vers l'âge de 13 ans.

[49] Vidéo produite à des fins de formation par Nadine Bednarz, avec la collaboration de Jean-Claude Morand.

dans le « Programme de Formation de l'École Québécoise » (MELS, 2003). À partir de ce moment, les étudiants sont encouragés à utiliser cette dernière puisque celle-ci a cours dans la majorité des manuels scolaires québécois actuels.

Les différentes procédures que nos étudiants sont ainsi invités à étudier sont essentiellement celles que l'on retrouve dans les différents travaux de recherche s'étant attardés à la résolution de problèmes proportionnels (énumérés précédemment). La recherche permet donc ici de renforcer, confirmer des hypothèses et des constats formulés par les étudiants à propos de procédures (erronées ou non) que ceux-ci pourraient mettre en œuvre.

2. LA RECHERCHE MISE À PROFIT DE MANIÈRE CONTINUE MAIS COMPLÈTEMENT IMPLICITE

Dans notre cours, comme dans plusieurs autres cours de didactique des mathématiques du baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire à l'UQAM, les travaux de recherche en didactique des mathématiques menés autour du concept de *registres de représentation* (Janvier, 1993; Duval, 1988, 1993 ; Hitt, 2003) sont largement réinvestis. Suivant ces travaux, dont certains ont été menés à l'UQAM, la compréhension d'un concept mathématique émerge de la coordination entre différents registres de représentation. Dans notre cours, nous encourageons nos étudiants à utiliser le *tableau de proportionnalité,* un registre (ou mode) de représentation[50] qui s'avère utile pour schématiser une démarche de résolution d'un problème de recherche d'une quatrième proportionnelle, mais aussi pour analyser un problème, anticiper des procédures de résolution, etc. À titre d'exemple, la résolution du problème 3 de la figure 2 *(Distance parcourue)* peut être schématisée comme suit :

Distance parcourue par Catherine (m)	Distance parcourue par Martin (m)
0,7	1
÷5	÷5
3,5	5
? *(= 3,5 + 0,7)*	*6 (= 5 + 1)*

Figure 4 : Un exemple de tableau de proportionnalité

En plus d'encourager nos étudiants à recourir ainsi au tableau de proportionnalité, nous mettons beaucoup d'emphase sur la *verbalisation* (le discours, le registre verbal), et sur la coordination entre ces deux registres (tableau et verbal). Nous insistons en particulier sur le fait que la verbalisation permet un jeu d'explicitation des relations entre les nombres. Dans le cas de la *Distance parcourue,* par exemple, nous encouragerons une verbalisation telle que: « Quand Martin parcourt 5 m, Catherine en parcourt 3,5. Quand Martin parcourt un mètre de plus, soit une distance 5 fois plus petite que précédemment, Catherine parcourt elle aussi une distance 5 fois plus petite que précédemment, soit 0,7 m. Quand Martin parcourt 6 m, Catherine parcourt donc 3,5 m plus 0,7 m, soit 4,2 m ».
La recherche constitue essentiellement dans ce cas un support constant pour la mise en place de « bonnes conditions » pour la construction de connaissances par nos étudiants mais elle leur fournit aussi de manière implicite un modèle d'enseignement (favorisant le recours à différents registres de représentation et la coordonation entre ces registres) dont ils pourront s'inspirer pour enseigner les mathématiques, en particulier le raisonnement proportionnel.

1. LA RECHERCHE MISE À PROFIT DE MANIÈRE PONCTUELLE ET TOTALEMENT EXPLICITE

Dans les travaux de recherche qui ont porté sur l'apprentissage ou l'enseignement de la proportionnalité, on qualifie d' « usuelle » une pratique d'enseignement de la proportionnalité qui se résume essentiellement à l'enseignement des techniques de la « règle de trois ». Ainsi, l'enseignement de la notion de proportionnalité passe souvent par un apprentissage préalable de certains outils mathématiques comme la multiplica-

[50] À l'instar d'Hersant (2005), nous considérons ce tableau de proportionnalité comme un registre *de représentation* au même titre que le registre verbal, symbolique, visuel, schémas, etc.

tion, la division, la règle de trois, le produit en croix, ... (Gros, 2001). On présente en quelque sorte des « recettes de cuisine mathématique » en espérant que la compréhension suivra. Les chercheurs qui se sont intéressés à l'apprentissage ou à l'enseignement de la proportionnalité remettent généralement en question ces pratiques usuelles d'enseignement. Brousseau (2009), par exemple, les qualifie de « pataudes » (p. 4), affirmant de plus que les produits en croix ne peuvent avoir aucun sens pour les élèves qui ne connaissent pas l'algèbre (p. 7). Julo (1982), quant à lui, souligne que l'inefficacité de l'enseignement de la proportionnalité provient du fait que celui-ci ne prend pas en compte la façon dont l'élève analyse la situation qui lui est proposée.

Une fois que les futurs enseignants sont sensibilisés aux conséquences possibles d'un enseignement usuel de la proportionnalité, que leur propose-t-on ? Somme toute, peu de recherches ont porté sur les pratiques usuelles d'enseignement du raisonnement proportionnel au moment de l'introduction de ce concept et sur les effets réels de ces pratiques sur les élèves (Oliveira, 2008). Ainsi, à ce chapitre, on doit s'attendre à ce que la recherche n'apporte pas autant de réponses qu'on pourrait le souhaiter. La recherche *suggère* cependant *quelques lignes directrices*, de même que quelques *conduites à éviter*. En ce sens, elle peut amener les étudiants à remettre en question diverses pratiques qui pourraient leur être proposées (par exemple dans les manuels scolaires).

C'est dans cette optique que nous avons alors recours, explicitement, à une thèse de doctorat soutenue à l'UQAM, réalisée en contexte québécois, et intitulée : « Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion » (Oliveira, 2008). Nous reprenons en fait les exemples de *Maurice* et de *Jacques*, les deux *cas* analysés par Oliveira, qui s'avèrent des cas *contrastés* dont aucun ne pourrait être considéré comme un cas *exemplaire,* et qui comportent tous deux des limites importantes. Ces résultats tirés de la thèse d'Oliveira montrent bien que l'enseignement de la proportionnalité est complexe et ils suggèrent que toute pratique d'enseignement comporte des limites. Ainsi, plutôt que d'imposer aux étudiants une pratique particulière, nous leur présentons plusieurs options. Nous les invitons par la suite, toujours dans l'optique d'un travail, mais aussi dans l'optique de leur pratique éventuelle dans leur classe[51], à *choisir* parmi ces options ou encore à *composer* à partir de celles-ci.

Il ressort de notre analyse qu'à cette occasion, la recherche, mise à profit de manière explicite, vise d'abord à *infirmer* des hypothèses émises par les étudiants quant à la meilleure pratique d'enseignement de la proportionnalité, mais aussi et surtout à provoquer la réflexion chez les futurs enseignants, et à ouvrir la discussion vers d'autres avenues possibles d'enseignement de la proportionnalité.

CONCLUSION

En rédigeant ce texte et la version plus approfondie de celui-ci (Lajoie et Saboya, accepté), nous nous sommes engagées dans une démarche d'analyse de notre propre pratique de formation, sous l'angle de l'influence de la recherche en didactique des mathématiques sur cette pratique. Cette démarche a permis de rendre explicite ce qui, jusque là, était demeuré de l'ordre de l'implicite. Ainsi, nous avons pu cerner plusieurs des intentions qui nous amènent à recourir à la recherche dans notre enseignement, et nous avons été en mesure de faire ressortir différentes manières dont nous avons recours à la recherche, tant à ses résultats qu'à ses concepts, outils, etc. Nous en avons donné un aperçu dans ce qui précède.

Ainsi, la recherche s'avère pour nous une source d'inspiration constante, un support à la mise en place de « bonnes conditions » pour la construction de connaissances par nos étudiants. En particulier, nous avons vu comment les travaux sur les registres de représentations influencent au jour le jour notre pratique de formation. De plus, du fait que les étudiants du cours « Raisonnement proportionnel et concepts associés » sont de futurs enseignants de mathématiques, nous cherchons, à les sensibiliser eux-mêmes à l'importance du discours et de la coordination entre celui-ci et le tableau de proportionnalité (soit d'une manière plus générale entre les registres de représentation verbal et tableau).

La recherche est mise à profit aussi de manière plus ponctuelle, et souvent de manière plus ex-

[51] Certains étudiants vont être amenés à enseigner ce concept en stage quelques semaines après le cours.

plicite, avec comme principale intention de soutenir nos interventions. Ainsi, la recherche est mise à profit pour :

- Renforcer, confirmer des hypothèses et des constats formulés par les étudiants à propos des procédures (erronées ou non) que ceux-ci pourraient mettre en œuvre, à propos aussi des variables didactiques à considérer dans la construction de problèmes proportionnels, etc.

- Confronter, infirmer des hypothèses, semer le doute, provoquer la réflexion et la discussion, en particulier quand les résultats de recherche évoqués vont à l'encontre de ce que les étudiants pourraient avoir comme idées sur l'enseignement et l'apprentissage du raisonnement proportionnel. Ainsi, par exemple, les résultats de la recherche peuvent être le point de départ d'un questionnement autour des pratiques courantes d'enseignement du raisonnement proportionnel et de certains concepts qui lui sont associés.

La recherche est aussi pour nous une démarche à faire vivre aux étudiants eux-mêmes. En effet, la démarche d'évaluation diagnostique dans laquelle s'engagent nos étudiants s'apparente en plusieurs points à une démarche de recherche. La recherche n'y est toutefois pas vue comme une fin en soi puisque nous ne cherchons pas à former nos étudiants à la recherche mais plutôt comme un moyen de contribuer à leur formation à l'enseignement.

Ce retour réflexif sur notre propre pratique d'enseignement nous amène toutefois à réfléchir, nous qui sommes formatrices mais aussi chercheures en didactique des mathématiques... Un élément qui ressort de notre analyse est le caractère souvent implicite, voire même caché, de notre recours à la recherche dans notre pratique. Cette manière de faire pourrait mener les futurs enseignants à terminer leur cours sans avoir l'impression que la recherche y a été réinvestie. En tant que chercheures, ce constat nous préoccupe. Bien entendu, ce cours, et de manière plus générale le programme de formation dont il fait partie, ne vise pas à diffuser les résultats de la recherche en didactique des mathématiques, pas plus qu'il ne vise à initier les étudiants à la recherche dans ce domaine. Il vise plutôt à les préparer à enseigner le raisonnement proportionnel de manière réfléchie, en étant à l'écoute de leurs élèves, sensibles à leurs compréhensions et incompréhensions. La recherche, en ce sens, vise davantage à nous informer, comme formatrices, elle vient appuyer notre pratique. Ainsi, on pourrait croire qu'il n'est pas utile d'expliciter davantage les liens avec la recherche... Mais alors, comment espérer, dans un tel contexte, que nos étudiants soient amenés à considérer la recherche comme une ressource pour leur enseignement. À envisager qu'ils peuvent tirer eux-mêmes profit de la recherche en didactique des mathématiques dans leur propre pratique ? Devrions-nous être plus explicites ? Cette question demeure pour le moment sans réponse, ou du moins sans réponse simple ! Nous devrons nous y pencher dans un proche avenir.

REMERCIEMENTS

Nous remercions Bernadette Janvier pour les nombreuses discussions que nous avons eues avec elle autour du cours *Raisonnement proportionnel et concepts associés.* Nous remercions aussi Sarah Dufour pour avoir réalisé une recherche bibliographique qui nous a été utile pour la rédaction du présent article.

BIBLIOGRAPHIE

BEDNARZ, N. (1989). Procédures des élèves et développement du raisonnement proportionnel au secondaire. Document VHS. CIRADE.

Brousseau, G. (2009). L'erreur en mathématiques du point de vue didactique. Tangente Education, 7, 4-7.

CHARNAY, R. (1997-1998). De l'école au collège, les élèves et les mathématiques. Grand N, 62, 35-46.

COMIN, E. (2002). L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. Recherches en Didactique des Mathématiques, 22 (2.3), 135-182.

Côté, B. & Noëlting, G. (1971). Qu'est-ce qu'apprendre, comprendre, savoir? Fonctionnement cognitif et apprentissage de la mathématique. Téléuniversité, Québec.

DEBIEN, J. (2010). Répertorier les modalités favorisant une démarche de développement professionnel chez les enseignants de mathématique de niveau secondaire. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.

DUVAL, R. (1988) Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 1 (1988), 235-253.

DUVAL, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5(1993), 37-65.

GROS, D. (2001). Une enquête statistique au service de la proportionnalité ou « Tentative pour ne pas mettre la charrue avant les bœufs » ... REPERES – IREM, 44, 69-80.

HERSANT, M. (2005). La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui. REPERES – IREM, 59, 5-41.

HITT, F. (2003). Le caractère fonctionnel des représentations. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 8, 255-271.

JANVIER, C. (1993). Les représentations graphiques dans l'enseignement et la formation. Les sciences de l'éducation 1-3, p. 17-37.

JULO, J. (1982). Acquisition de la proportionnalité et résolution de problème. Thèse de doctorat inédit, Université de Rennes 1, Publication de l'IREM de Rennes.

KARPLUS, E. F., KARPLUS, R. et WOLLANN, W. (1974). The influence of cognitive style. School Science and Mathematics, 6, 476-482.

LEVAIN, J.-P. (1992). La résolution de problèmes multiplicatifs à la fin du cycle du primaire. Educational Studies in mathematics, 23, 139-161.

MELS (2003). Programme d'études de mathématiques du secondaire. Gouvernement du Québec.

MEQ (2001). Programme de formation de l'école québécoise. Version approuvée, Éducation préscolaire, Enseignement primaire. Québec : ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

OLIVEIRA, I. (2000). Um studio sobre a proporcionalidade: a resolução de problemas de proporção simple no ensino fundamental. Mémoire de maîtrise inédit. Universidade Federal de Pernambuco, Recife-Brasil.

OLIVEIRA, I. (2008). Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal.

PFAFF, N. (2003). Différencier par les procédures: un exemple pour la proportionnalité au cycle 3. Grand N, 71, 49-59.

TOURNAIRE, F. (1986). Proportions in elementary school. Educational Studies in Mathematics, 17, 401-412.

Catégorisation d'activités de géométrie proposées dansdeux manuels scolaires pour le développement de la preuve chez les élèves du premier cycle du secondaire

Sosthène Joëlle Sambote Benazo
Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous présentons les résultats d'une classification d'activités géométriques proposées dans les manuels des deux premières années du cycle secondaire au Québec. Nous vérifions comment progressent les exigences de production de la preuve d'un niveau d'étude à l'autre, et ce à travers les activités géométriques proposées dans les manuels du premier cycle du secondaire. Nous contrastons les difficultés des élèves dans l'apprentissage de la preuve (lors du passage de la géométrie dite pratique à la géométrie dite théorique) avec les orientations qui portent sur cet apprentissage dans les programmes, à travers la compétence « Déployer un raisonnement mathématique » et leur mise en œuvre dans les manuels scolaires. Les résultats de l'application de la grille d'analyse que nous avons élaboré à l'occasion, montre qu'il n'y a pas suffisamment d'activités géométriques (dans les manuels étudiés) susceptibles de développer les habiletés préparatoires à la production de la preuve dans l'ensemble des deux années du premier cycle du secondaire.

Mots clés : preuve, géométrie pratique, géométrie théorique

INTRODUCTION

La preuve joue un rôle fondamental dans la formation mathématique des élèves. Elle est un support au raisonnement. Dans ce sens, les orientations liées à son apprentissage paraissent plus explicites et confèrent à cet apprentissage une place importante dans les nouveaux programmes de formation du secondaire de l'école québécoise. Aussi, le caractère d'un apprentissage graduel de la preuve est également mieux exprimé. En effet, le développement graduel de la nature de la preuve s'exprime en termes de changement d'exigences de la production de celle-ci (preuve) selon les objets d'études en jeu. Ce changement est dû au passage de la mathématique pratique caractérisée par l'action et l'observation à une mathématique théorique caractérisée par l'introduction de la démonstration (Balacheff, 1987, p.147). Ainsi, dans la recherche des meilleures pratiques d'apprentissage de la preuve il parait important de promouvoir, un apprentissage qui commence dès les premières années du secondaire et ce de façon graduelle, comme le suggèrent Balacheff (1987) et Duval (1991).

Dans cet article, nous présentons les résultats de notre recherche de maîtrise (Sambote, 2011), portant sur l'analyse de la progression des exigences de production de la preuve dans les manuels scolaires (« À vos Maths », volume B pour la première année et volume D pour la deuxième année) du premier cycle du secondaire, édités à l'issue du renouvellement du programme. Ces deux manuels sont conformes aux dernières réformes pédagogiques au Québec et sont agréés par le bureau d'approbation du matériel didactique. Le choix des deux premières années du secondaire s'explique par le fait que le passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique s'opère surtout lors de ces deux années après le primaire.

Problématique

L'enseignement et l'apprentissage de la preuve demeure une préoccupation pour de nombreux chercheurs en didactiques des mathématiques. Le site web « La lettre de la preuve » dédié à ce sujet en fait foi. L'importance de la preuve est d'autant identifiable dans le monde des mathématiques que dans le monde scolaire. Dans le monde des mathématiques par exemple, la preuve est souvent considérée comme un outil servant à établir la vérité (Hanna, 1983, Bkouche, 2009). Aussi, elle permet de créer les connaissances, dans ce sens qu'elle est « elle-même une création de nouvelles connaissances, du fait qu'elle garantit la vérité d'une affirmation qui était jusqu'alors considérée comme hypothétique » (Cyr, 2006, p.136). Dans le monde scolaire, plusieurs rôles sont reconnus à la preuve sans qu'elle ne soit « le reflet fidèle, à une échelle moindre, de ce qui est fait dans la pratique mathématique » (Cyr, 2006, p. 103). Par exemple, la preuve est considérée principalement comme un outil servant à favoriser la compréhension de par sa fonction explicative (Hersh, 1997; Reid, 1995; Hanna, 1983). Pour Duval (1990) et Houdebine (1990), la preuve permet le développement du jugement et de la pensée critique de l'élève.

En dépit de l'importance et du rôle de la preuve dans la formation des élèves, les difficultés qu'éprouvent ces derniers dans l'apprentissage de celle-ci sont aussi nombreuses que diverses. Parmi ces difficultés, figurent celles qui sont dues au changement de statut de la géométrie notamment au secondaire. En effet, selon Balacheff (1987), dans l'apprentissage de la géométrie, l'élève du collège (l'équivalent des 1er et 2e cycles du secondaire au Québec) doit passer d'une géométrie dite pratique (celle de la règle et du compas, de la production de figure) à une géométrie dite théorique (celle de l'étude des figures par le discours). Des preuves pragmatiques produites en géométrie pratique, basées sur l'observation et l'action, l'élève doit évoluer vers la production des preuves intellectuelles en géométrie théorique, qui nécessitent un raisonnement sur la base des définitions et des propriétés géométriques (Balacheff, 1987). Pour cet auteur, il s'établit lors de ce passage une rupture qui est responsable de difficultés que connaissent les élèves dans la production de la preuve, en raison du changement des exigences de production de celle-ci.

Cette rupture est également mentionnée par d'autres auteurs tels que Coppé et al, (2005), Houdement et Kuzniak (2000), Parzysz (2007). D'après ces auteurs, dans les deux premières années du collège en France (l'équivalent des deux premières années du premier cycle du secondaire au Québec), le passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique nécessite des nouvelles exigences concernant les types et les niveaux de justification et de preuve. Aussi, ces nouvelles exigences concernent le rôle et le statut des dessins rencontrés ou produits. De ce point de vue, l'objet dessin vs figure constitue, en fonction du rôle qu'il joue dans la résolution d'un exercice où d'un problème, un enjeu fondamental. Autant la figure constitue une aide précieuse dans les conjectures, autant elle peut constituer un obstacle à la production de la preuve car « l'évidence de la figure » peut être une source de confusion dans l'utilisation des données par l'élève (Parzysz, 2007).

De tout ce qui précède, il parait nécessaire d'envisager un apprentissage graduel de la preuve dès le premier cycle du secondaire pour mieux assurer le passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique. Par ailleurs, le nouveau programme du Ministère de l'école québécoise (MEQ, 2004), auquel correspondent les manuels en cours, place le développement de la rigueur et du raisonnement au cœur de l'apprentissage au premier cycle du secondaire, à travers la compétence « Déployer un raisonnement mathématique ». Ce programme prévoit que l'élève doit, dès le premier cycle du secondaire, évoluer dans une pratique géométrique en utilisant une démarche basée sur l'utilisation des définitions ou des propriétés déjà établies. En principe, ces orientations doivent se décliner dans les manuels scolaires telles qu'explicitées dans les programmes. Or, pour le programme précédent par exemple, bien que l'apprentissage de la preuve soit l'une des orientations de la formation au secondaire, les activités liées à la preuve sont peu représentées dans les manuels scolaires. Ce constat met en relief le rôle des manuels comme outils de support aux orientations du programme. À propos, les auteurs des manuels doivent suivre les directives ministérielles très strictes concernant les buts des apprentissages et les contenus à transmettre (Lebrun, 2007). Ainsi, pour être en conformité avec le ministère, le manuel scolaire devrait restituer les apprentissages telles qu'explicités dans les programmes de formation élaborés par les autorités compétentes et destinés aux élèves de différents niveaux.

À partir de tout ce qui précède, nous voulons comprendre à travers les contenus proposés dans les deux manuels scolaires du premier cycle du secondaire, la façon dont le statut de la preuve progresse d'un niveau à un autre. À cet effet, nous souhaitons répondre à la question suivante: Comment les exigences de production de la preuve progressent-elles d'un niveau à un autre, à travers les activités proposées dans les nouveaux manuels du premier cycle du secondaire? Pour tenter de répondre à cette question, nous nous posons les questions suivantes:1) Quels types d'activités géométriques sont proposés aux élèves par année d'étude, en lien avec les habiletés préparatoires à la production de la preuve? 2) Comment évoluent, dans les activités géométriques, les exigences qui permettent le développement des habiletés préparatoires à la production de la preuve d'une année à l'autre?

Cadre conceptuel

Le cadre conceptuel de cette recherche porte sur les différentes géométries enseignées au secondaire précisément dans les deux premières années (1er et 2ème année du cycle1). L'étude des différentes géométries s'inspire des travaux de Houdement et Kuzniak (2000, 2006). Ces deux auteurs proposent des géométries distinctes (trois paradigmes géométriques) enseignées à l'école: la géométrie naturelle (G1), la géométrie axiomatique naturelle (G2) et la géométrie axiomatique (G3) dont deux géométries (G1, G2) sont enseignés dans les deux premières années du secondaire qui concerne cette recherche. Chacune des ces deux géométries est caractérisée par trois modes d'accès à la connaissance : l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif.

Dans le paradigme géométrique G1 (géométrie naturelle), les objets d'études sont des objets matériels proches de la réalité (dessins sur papier, maquettes d'objets de l'environnement). Les techniques de résolution des activités géométriques s'appuient sur l'utilisation des instruments usuels tels que la règle graduée ou non, l'équerre, le compas etc., mais aussi sur le pliage, le découpage, le calque, etc. La démarche de résolution des activités géométriques est pratique et la validation se fait au moyen du regard (perception) et des instruments. Par conséquent, le moyen d'accès à la connaissance est empirique et est davantage basé sur l'intuition comme par exemple la reconnaissance de certains dessins par le biais de la constatation visuelle « c'est un carré, parce que je vois», mais aussi sur l'expérience « c'est un carré, il a quatre côtés de même longueur constatés avec la règle ou le compas, report des longueurs ». Dans cette approche, il existe une dialectique entre l'expérience et intuition. L'expérience n'est pas immédiate, elle reste néanmoins reliée à l'intuition. Ainsi, « l'expérience nourrit l'intuition et l'intuition structure l'expérience » (Houdement et Kuzniak, 2000). Ensuite dans ce paradigme géométrique le raisonnement favorisé est du type constructif dans la mesure où sont privilégiés la perception et l'utilisation des instruments dans la résolution des activités géométriques.

Dans le paradigme géométrique G2 (géométrie naturelle axiomatique), les objets d'études sont textuels (définitions, théorèmes). Ces objets sont conventionnellement représentés par des schémas à la texture identique au dessin de la géométrie naturelle G1. Ils nécessitent un changement de regard de la part de l'apprenant qui devrait, dans la démarche de résolution des activités géométriques, faire appel à des connaissances théoriques (définitions, propriétés, théorèmes). La validation dans ce contexte se fait sur la base des lois hypothético-déductives dans un système axiomatique non formel où les axiomes et la syntaxe se fondent sur la réalité (Houdement et Kuzniak, 2000). Ainsi, pour connaitre une figure, il suffit de décrire ses propriétés En conséquence, le mode d'accès aux connaissances privilégié dans ce paradigme géométrique est le raisonnement hypothético-déductif. L'intuition dans ce contexte n'agit pas immédiatement et l'expérience est mentale et virtuelle car elle « n'est plus effectivement réalisée, mais elle est plutôt une image de l'expérience éventuellement réalisable » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 98). Pour ces deux auteurs, la compréhension de cette géométrie de la part de l'apprenant nécessite une prise de conscience de la rupture avec le mode de production ou de validation des connaissances qui conviennent dans le paradigme géométrique G1.

En somme, le paradigme géométrique G1 offre une place licite au mesurage avec une fonction visuelle qui reste en activité. L'intuition demeure le mode d'accès privilégié aux connaissances en lien avec l'expérience et le raisonnement est du type constructif. Dans le paradigme géométrique G2 par contre, le raisonnement hypothético-déductif est le mode d'accès aux connaissances privilégié. Ensuite, la figure qui, dans ce paradigme géométrique G2, joue un rôle fondamental dans le processus de résolution des activités géométriques (exercices et problèmes) nécessite d'être distinguée du dessin. À propos, sur la base des travaux de certains auteurs tels que Arsac, 1989; Laborde et Capponi, 1994; Laborde, 1998, Parzysz, 1989, la figure est considérée comme un objet géométrique dont les propriétés peuvent être énoncées et sur lequel un raisonnement peut se faire et le dessin comme des représentations graphiques de cet objet géométrique. Ainsi, au regard du rôle que peut jouer le dessin dans l'apprentissage de la géométrie au secondaire, un travail sur le rapport de l'élève à la notion de figure est essentiel. À ce titre, le dessin est un aspect central dans l'évolution des exigences de production de la preuve sur lequel un regard mérite d'être posé.

Par ailleurs, l'intuition, comme mode d'accès privilégié aux connaissances en G1, fait l'objet de différentes interprétations. Dans le cadre de cette recherche, nous avons, pour mieux caractériser les activités géométriques qui mobilisent l'intuition dans leur résolution, considéré, à la suite de Rouche (1989), les inductions (inférence du particulier au général) qui sont des cas de pensée mathématique immédiate, qu'un élève peut avoir pour prouver. Ces inductions peuvent relever des intuitions sûres ou hasardeuses et des intuitions fausses ou vraies. Pour rendre complète notre analyse des activités géométriques (exercices et problèmes) proposées dans les manuels scolaires, nous avons pris en compte la production de la preuve qui implique la pensée discursive qui selon Rouche (1989) nécessite le recours à des évidences partielles. Également, nous avons considéré les activités qui sont des applications directes telles que définies par Tanguay (2000) . Il s'agit des problèmes et exercices pour lesquels l'élève ne valide rien. Il applique uniquement soit une définition soit un algorithme que le contexte ou l'énoncé impose. En fonction de ces choix théoriques, l'intention de cet article est de présenter la progression des exigences de production de preuve à partir d'une analyse des activités géométriques proposées dans les manuels des deux premières années du premier cycle du secondaire.

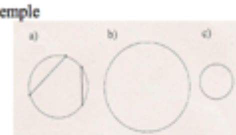
Méthodologie

Étant donné que l'analyse porte sur les activités géométriques proposées dans les manuels de la première et deuxième année du premier cycle du secondaire, nous avons, pour répondre aux questions citées plus haut, élaboré préalablement une grille d'analyse fondée sur les éléments théoriques ci-dessus développés. Pour élaborer cette grille, nous avons établi le lien entre les différents modes d'accès à la connaissance qui caractérisent chaque paradigme géométrique en les renforçant par les éléments théoriques développés par Rouche (1989) et Tanguay (2000). Toutes ces considérations nous permettent de décrire des problèmes pour chacune des catégories qui constitueront la grille d'analyse. Celle-ci nous permet de classifier les activités géométriques contenues dans les manuels à l'étude.

Catégorie 1 : Application directe

Nous regroupons dans cette catégorie les activités dont la résolution de la tâche nécessite simplement une application d'une définition, d'un résultat, d'un algorithme que le contexte ou l'énoncé impose.

Exemple



«À l'aide de deux cordes et des médiatrices de ces cordes, détermine la position exacte du centre de chaque cercle». Tanguay (2000, p. 102-103).

En appliquant la définition d’une médiatrice, l’élève peut tracer les médiatrices des deux cordes du cercle a) par exemple, il pourra remarquer que les deux médiatrices se coupent au centre du cercle. L’élève ne démontre rien, il applique une définition pour répondre à la question.

Catégorie 2 : Induction sûre

Nous regroupons dans cette catégorie les activités dont la résolution nécessite un recours à des évidences globales immédiates.

Exemple

« Repérer parmi les dessins de napperons de papier finement découpés, ceux qui sont obtenus par pliage et découpage » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 102).

L’élève peut, à partir d’une certaine évidence intuitive de l’effet de pliage et de découpage, repérer les dessins sur une feuille de papier.

Catégorie 3 : Expérience pratique

Nous regroupons dans cette catégorie, les activités dont la résolution nécessite une induction expérimentale.

Exemple

« Pour construire un carré d’aire double d’un carré donné, il suffit de doubler la longueur du côté de celui-ci » (Rouche, 1989, p.15).

Pour vérifier cette proposition, l’élève peut construire un premier carré, puis un deuxième carré qui a un côté, le double de la longueur du côté du premier carré. Il s’agit pour l’élève d’apprécier un rapport de longueur et un rapport d’aires entre les deux carrés construits. Pour affirmer ou non cette proposition, l’évidence immédiate ne suffit plus. L’élève peut s’appuyer sur une expérience pratique qui peut être enrichit par l’intuition.

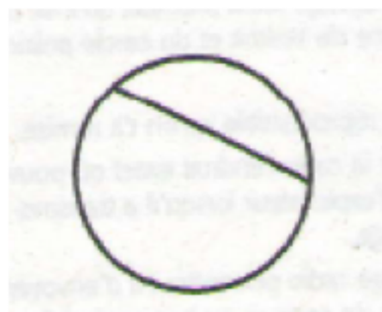
Catégorie 4 : Induction fausse (Raisonnement par contre-exemple)

Nous regroupons dans cette catégorie, les activités dont les énoncés (proposition, conjecture) sont réfutés par un contre-exemple.

Exemple:

Énoncé 2[52] « Dans un cercle, toutes les cordes sont des axes de symétrie »

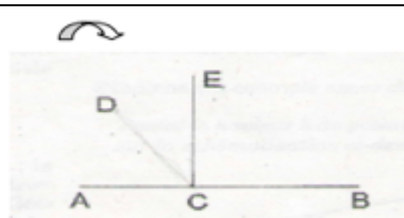
L’élève peut, à partir d’un dessin, confirmer ou non cet énoncé. L’énoncé ci-dessous montre qu’une corde ne passe pas nécessairement par le centre du dessin.



Catégorie 5: Expérience mentale

Nous regroupons dans cette catégorie les activités dans lesquelles, on peut exprimer une intuition impliquant une expérience mentale. Précisément, l’expérience menée dans ce type d’activités est antérieure, elle consiste à mettre en œuvre mentalement des déplacements, des découpages sans les effectuer réellement.

L’imagination peut amener l’élève à considérer que si la droite CA tourne autour du point C dans le sens de la flèche, l’unique position pour laquelle la droite CE soit perpendiculaire à la droite AB, c’est lorsque le point A



«Par un point C pris sur une droite AB, on peut élever une perpendiculaire sur cette droite, et on ne peut en élever qu’une».

[52]À vos maths”, manuel D exercice 4-a, p. 170

coïncide avec le point E. L'expérience, que pourrait mener l'élève dans cette activité, est une mise en œuvre mentale d'un déplacement sans l'effectuer réellement.

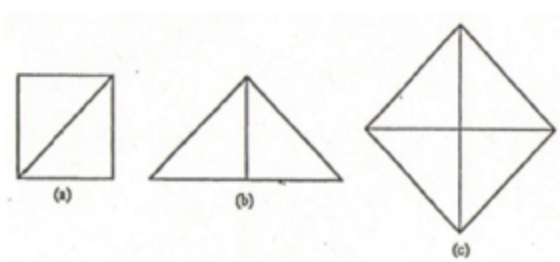
Catégorie 6 : Pensée discursive

Nous regroupons dans cette catégorie les activités dont la résolution fait recours à des évidences partielles.

Exemple : « Pour construire un carré d'aire double d'un carré donné, il suffit de prendre pour côté du carré à construire la diagonale du carré donné » (Rouche, 1989, p. 20).

Exemple : « Pour construire un carré d'aire double d'un carré donné, il suffit de prendre pour côté du carré à construire la diagonale du carré donné » (Rouche, 1989, p. 20).

À partir d'un premier carré construit et sa diagonale (figure a)l'élève peut obtenir une figure (b) en procédant à un réarrangement du premier carré par découpage de celui-ci. Par la suite, il peut compléter la figure (b) pour avoir un carré qui va avoir une aire double par rapport à l'aire du carré initial. L'élève peut s'appuyer sur des évidences partielles et sur les relations entre les parties de la figure (a)



qu'on a découpé, réarrangé (figure b) et complété (figure c) pour arriver à la solution demandée.

Catégorie 7 : Déduction théorique

Nous regroupons dans cette catégorie, les acti vités qui nécessitent un raisonnement déductif- qui prend appui sur des conjectures ou des propositions admises comme vraies ou sur des propriétés de la figure.

Pour réponde aux questions posées, l'élève devrait s'appuyer sur la définition et les propriétés caractéristiques d'un losange et d'un carré. Un raisonnement hypothético-déductif (fondé sur les définitions et les propriétés) devrait permettre à l'élève de déterminer les conditions sur h et k pour que le quadrilatère AMBN soit un losange d'une part (question a) et un carré d'autre part (question b). La figure dans cette activité est un support de raisonnement et non un outil de validation.

Cette catégorisation permet d'une part de dénombrer et d'identifier la présence relative de chaque catégorie dans les activités géométriques proposées dans les manuels scolaires du premier cycle du secondaire et d'autre part, de constater la présence ou non des différentes catégories par niveau d'étude. La grille d'analyse comporte sept catégories (trois[53] ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle, GIA, GIB et GIE et quatre[54] ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle axiomatique, GIIB, GIID , GIIE et RCE).

GIA : Groupe d'activités dans lesquelles la résolution nécessite juste une application directe d'une définition, d'un résultat, d'un algorithme que le contexte ou l'énoncé impose.

GIB : Groupe d'activités dans lesquelles la résolution a recours à des évidences globales immédiates.

GIE : Groupe d'activités dans lesquelles la résolution nécessite une induction expérimentale.

RCE : Groupe d'activités dans lesquelles un contre exemple réfute un énoncé ou une conjecture

GIIE : Groupe d'activités dans lesquelles la résolution nécessite une expérience mentale.

GIID : Groupe d'activités dans lesquelles la déduction s'appuie sur le raisonnement hypothético-déductif fondé sur les définitions et les propriétés.

Enfin, pour qualifier la progression des exigences de la production de preuve nous avons considéré que les activités des catégories GIIB et GIID ayant une tendance d'appartenance à GII, puissent avoir une tendance croissante significative de la première à la deuxième année du premier cycle.

---

53 GIA, GIB, GIE

54 GIIE, GIIB, RCE, GIID

Résultats

À partir de la grille d'analyse nous avons classifié selon les catégories, les activités géométriques proposées dans les manuels des deux années du premier cycle du secondaire, comme nous l'illustrons dans le tableau ci-dessous

Tableau 5.3 Récapitulatif des résultats de la classification par catégorie des deux années, premier cycle du secondaire.

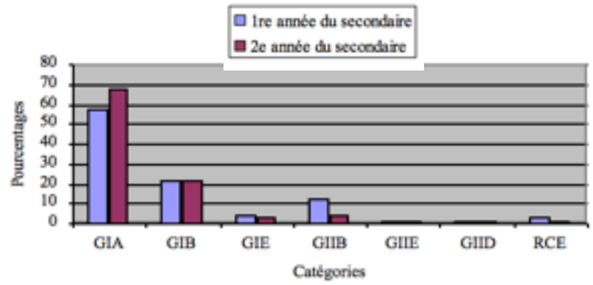
Ces résultats font apparaître une tendance dominante des activités de la catégorie GIA tant par année d'étude que dans l'ensemble des deux années du premier cycle secondaire. Plus présentes et plus nombreuses elles représentent successivement 56,6% en première année et 68% l'année suivante. Celles de la catégorie GIB arrivent en deuxième position et couvrent un pourcentage de plus de 20% dans les deux années d'étude. Les activités qui nécessitent une

Années d'études		Catégories							
		GIA	GIB	GIE	RCE	GIIB	GIIE	GIID	Total
1re année 1er cycle	N	427	165	33	24	88	8	10	755
	%	56,6	22	4,4	3	11,7	1	1,3	100
2e année 1er cycle	N	575	182	23	9	35	3	4	846
	%	68	22	3	1	4	1	1	100

(NB: N représente le nombre total d'activités et le symbole % représente le pourcentage).

déduction en géométrie II, codées GIID couvrent des pourcentages non significatifs dans les deux années d'études (1,3% et 1%). Cette absence laisse croire qu'on ne donne pas aux élèves l'opportunité d'aborder les activités de cette catégorie. Les activités de la catégorie GIIB sont présentes dans les deux années du premier cycle. La proportion de ces activités connaît un fléchissement important en deuxième année (de 11,7% elle passe à 4%). Celles qui sont codées GIE, GIIE et RCE sont peu présentes dans les deux années du premier cycle du secondaire. Elles récoltent dans ces années, des pourcentages non significatifs.

La figure 1 illustre les différentes tendances de chacune de ces catégories de la première à la deuxième année du premier cycle.



Conclusion

Les activités de la catégorie GIA affichent des pourcentages im-portants dans les deux années du premier cycle du secondaire. Elles ne suscitent pas une réflexion de la part de l'élève, elles font appel à des procédures déjà établies. Elles permettent à l'élève d'exécuter une consigne ou un résultat déjà abordé auparavant. Par conséquent, ces activités n'offrent pas à notre avis l'occasion aux élèves de se lancer dans une exploration des résultats. Leur présence importante, aussi bien en première qu'en deuxième année d'études, ne peut pas, il nous semble, permettre l'apprentissage graduel du raisonnement déductif. Les activités des catégories GIB (celles qui ont recours à des inductions basées sur des intuitions sûres) ont aussi un taux important dans chaque année. Nous rappelons que l'intuition est une source de découverte pour l'élève et, sur elle, se fonde le développement de la pensée géométrique (Houdement et Kuzniak, 1998-1999). Ainsi la présence de ces activités s'avère à notre avis essentielle dans la première année du secondaire. Elles permettent à l'élève de constituer un socle pour son raisonnement par la structuration de sa pensée, afin de garder une bonne prise sur le sens. Cependant, l'intuition est parfois instable et source d'erreurs, elle peut de ce fait faire obstacle à la nécessité de prouver pour un apprenti (l'élève).

Les activités codées GIIB sont parmi celles qui sont susceptibles d'apporter une contribution dans le développement du raisonnement déductif. Ce sont des activités qui nécessitent un enchaînement de propositions admises comme étant vraies pour arriver à l'évidence demandée. Ces activités constituent l'une des étapes de la construction du sens mathématique. Les activités codées GIID, sont celles qui sollicitent une séquence déductive. Elles permettent un raisonnement déductif qui prend appui sur des conjectures où des propositions admises comme vraies, ou encore sur les propriétés de la figure. Toutefois, les résultats de la classification montrent que les activités des catégories GIIB et GIID occupent une portion très faible sur l'ensemble des activités classifiées dans les deux années du premier cycle du secondaire. Ces faibles taux ne peuvent permettre d'une part l'utilisation des règles de base élémentaire ainsi que d'autres énoncés qui doivent permettre aux élèves de s'initier au raisonnement et d'autre part le développement des habiletés des élèves quant à la production des preuves théoriques.

Dans le contexte de la réforme, ou le développement des compétences et d'habiletés complexes est une volonté manifeste des concepteurs des programmes, les manuels se doivent d'intégrer les orientations et les changements en introduisant des activités géométriques qui sont susceptibles de développer des habiletés préparatoires à la production des preuves. Les résultats obtenus dénotent une certaine régression de l'apprentissage du raisonnement déductif dans les activités géométriques. Par conséquent, il est difficile d'atténuer la rupture, qui s'établit lors du passage de la géométrie I à la géométrie II, souvent évoquée à partir de la deuxième année du deuxième cycle secondaire.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G. (1989). La construction du concept de figure chez les élèves de 12 ans. In *Actes de la 13ème conférence Psychology of Mathematics Education* , (I), 85-92.

BALACHEFF, N. (1987). Processus de preuve et situation de validation. *Educational Studies in mathematics*, (18), 147-176.

BKOUCHE, R. (2009). De l'enseignement de la géométrie. In mémoriam Nicolas Rouche, IREM de Lille.

COPPÉ, S., DORIER, J.L., MOREAU, V. (2005). Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. *Petit x,* (6)8, 8-37.

CYR, S. (2006). *Pourquoi et comment enseigner la preuve au secondaire, Qu'en pensent nos futurs maîtres ?* Edition Bande didactique Mathèse, 493 p.

DUVAL, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational studies in Mathematics*, (22), 233-261.

DUVAL, R. (1990). Pour une approche cognitive de l'argumentation. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, (3), 195- 221, IREM de Strasbourg, Strasbourg.

HANNA, G. (1983). *Rigorous proof in mathematics education*. Toronto: The Ontario Institute for studies in education, OTSE Press, Toronto.

HERSH, R. (1997). What is Mathematics, Really? Oxford University Press. New York.

HOUDEBINE, J. (1990). Démontrer ou ne pas démontrer, voila la question. REPÈRES- IREM, (1), 1-27.

HOUDEMENT, C. et KUZNIAK, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives,* (11), 175-193.

HOUDEMENT, C.et KUZNIAK, A. (2000). Formation des maîtres et paradigmes, géométriques. *Recherches en didactiques des mathématiques,* 20(1), 89- 116.

HOUDEMENT, C.et KUZNIAK, A. (1998-1999). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. *Grand N,* (64), 65-78.

LABORDE, C. (1998). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 337-364.

LABORDE, C. et CAPPONI, B. (1994). Cabri géomètre, constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématique*s, 14(12), 165-210.

LEBRUN, M. (2007). *Le manuel scolaire D'ici et D'ailleurs, D'hier à Demain*. Presses de l'Université du Québec. Le Delta I, 2875, boulevard Laurier, bureau 450 Québec (Québec) G1V 2M2.

MINISTÈRE DE L'ÉCOLE QUÉBÉCOISE. (2004). *Programme de formation de l'école Québécoise, Enseignement secondaire, premier cycle, Version 3. Pdf, Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie,* ISBN2-550-44698-5, Gouvernement du Québec, Québec, 633 p.

PARZYSZ, B. (2007). La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles :

de quoi s’agit-il ? "*Quaderni di Ricerca in didattica*", 17, GRIM (Département of mathematics, University of Palermo, Italy), 121-144.

PARZYSZ, B. (1989). Représentations planes et enseignement de la géométrie de l’espace au lycée. Contribution à l’étude de la relation voir/savoir. Thèse. Paris : université Paris-7.

REID, D. A. (1995). The Need to prove. Thèse de doctorat. Faculty of Graduate Studies and Research : University of Albreta.

ROUCHE, N. (1989). Prouver : Amener à l’évidence ou contrôler des implications? In La démonstration mathématique dans l’histoire. *Colloque Inter-Irem Epistémologie et histoire des mathématiques*, 8-38.

SAMBOTE, J.S. (2011). Analyse de la progression des exigences de a production de la preuve dans les manuels scolaires du premier cycle du secondaire. Mémoire de maîtrise en Didactique des Mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 160 p.

TANGUAY, D. (2000). Analyse du développement de la notion de preuve dans une collection du secondaire. Mémoire de Maîtrise en Didactique des Mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 269 p.